



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# **Obtención de los Parámetros de Modelamiento Termo-Elastoplástico de Formaciones de Crudo Pesado**

**Cristhian Bernardo Morales Monsalve**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas, Departamento de Procesos y Energía  
Medellín, Colombia  
2017



# **Obtención de los Parámetros de Modelamiento Termo-Elastoplástico de Formaciones de Crudo Pesado**

**Cristhian Bernardo Morales Monsalve**

Tesis de investigación presentada como requisito parcial para optar al título de:

**Magíster en Ingeniería de Petróleos**

Director:

M.Sc. Guillermo Arturo Alzate Espinosa

Codirectora:

M.Sc. Alejandra Arbelaez Londoño

Geomecánica de Yacimientos:

Grupo de Investigación en Geomecánica Aplicada GIGA

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas, Departamento de Procesos y Energía

Medellín, Colombia

2017







# Agradecimientos

Quiero agradecerle a mi familia por su infinito apoyo y fe en mis capacidades.

A Alejandra Daniela Delgado por siempre estar ahí.

Quiero brindar un especial agradecimiento al profesor Guillermo Álzate (director) y a la profesora Alejandra Arbeláez (codirectora), gracias a los cuales con sus indicaciones y conocimientos se ha podido desarrollar esta investigación.

Al grupo GIGA, en especial al magister Edson Araujo por su ayuda y enseñanzas, las cuales fueron fundamentales para entender los conceptos necesarios para esta investigación.

A Colciencias y Ecopetrol por financiar este proyecto

A todos ustedes muchísimas gracias.





## Resumen

Los yacimientos de crudo pesado están sometidos a cambios en temperatura durante los procesos de recobro térmico. Los aumentos de temperatura y esfuerzo efectivo que se presentan durante estas operaciones pueden generar cambios en el comportamiento mecánico del yacimiento y las formaciones circundantes, tales como la capa sello.

Con el fin de entender el comportamiento de este tipo de yacimientos durante procesos de recobro térmico, se analizaron doce (12) pruebas de compresión triaxial, la cuales fueron realizadas a diferentes condiciones de confinamiento y temperatura. El análisis de estas pruebas incluye la variación de las propiedades mecánicas en la región elástica y en la región plástica. A partir de este análisis, se evidencia una clara influencia de la temperatura y el esfuerzo efecto de confinamiento en el comportamiento mecánico del material tanto en la región elástica, como en la región plástica.

Finalmente se realiza un modelamiento del comportamiento esfuerzo – deformación de este material utilizando dos (2) modelos constitutivos, Mohr – Coulomb y Cam Clay Modificado, con los cuales se identifica las falencias de los mismos para representar el comportamiento dilatante/contractivo del material, lo que hace necesario utilizar modelos constitutivos más avanzados, que permitan modelar fenómenos complejos y la dependencia de los parámetros de estado tanto con presión como con temperatura.

**Palabras Clave:** Geomecánica, crudos pesados, elastoplasticidad, modelo constitutivo, temperatura y esfuerzo efectivo de confinamiento



## Abstract

Heavy oil reservoirs are subjected to changes in temperature during thermal recovery processes. Increases in temperature and effective stress during these operations can generate changes in the mechanical behavior of the reservoir and the surrounding formations, such as the cap rock.

In order to understand the behavior of this type of reservoirs during thermal recovery processes, twelve (12) triaxial compression tests were analyzed. These tests were conducted under different confinement and temperature conditions. The analysis of these tests includes the variation of the mechanical properties in the elastic and plastic region. From this analysis, it is evidenced a clear influence of the temperature and the stress confinement on the mechanical behavior of the rock in both the elastic region and the plastic region.

Finally, the stress - strain behavior of this material is represented using two (2) constitutive models, Mohr - Coulomb and Modified Cam Clay. From this modelling, it is possible to identified the failures of these constitutive models to represent the volumetric behavior of the material , which makes it necessary to use more advanced constitutive models that allow to modeling complex phenomena and the dependence of state parameters with both pressure and temperature.

**Key words:** Geomechanics, heavy oil, elastoplasticity, constitutive model, temperature and effective confining stress



# Contenido

	Pág.
Contenido	
<b>Resumen</b> .....	<b>IX</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>XI</b>
<b>Introducción</b> .....	<b>23</b>
<b>1. Marco Teórico</b> .....	<b>25</b>
1.1 Elasticidad .....	25
1.2 Plasticidad .....	25
1.3 Resistencia de la roca .....	26
1.4 Modelo constitutivo de Mohr – Coulomb .....	28
1.5 Modelo constitutivo de Cam Clay Modificado .....	29
1.6 Revisión Bibliográfica .....	31
1.6.1 Evidencia experimental del efecto de la temperatura en las propiedades mecánicas de la roca .....	31
1.6.2 Propiedades de resistencia de la roca en la región plástica .....	40
1.7 Discusión .....	42
<b>2. Resultados Experimentales</b> .....	<b>44</b>
2.1 Resultados de pruebas de compresión triaxial a condición isotérmica .....	45
2.2 Efecto de la temperatura en el comportamiento mecánico en la región elástica .....	50
2.3 Modelamiento de una prueba triaxial .....	53
2.3.1.1 Modelamiento de la región elástica .....	54
2.3.1.2 Modelamiento de la región plástica .....	54
2.3.1.3 Obtención de las propiedades mecánicas movilizadas .....	55
2.3.1.4 Parámetro de hardening – softening .....	56
2.4 Efecto de la temperatura en el comportamiento mecánico en la región plástica .....	56
2.4.1.1 Esfuerzo de confinamiento de 8.2 MPa .....	57
2.4.1.2 Esfuerzo de confinamiento de 4.0 MPa .....	59
2.4.1.3 Esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa .....	61
<b>3. Modelamiento Termo Elastoplástico del Comportamiento Esfuerzo – Deformación</b> .....	<b>65</b>
3.1 Modelo constitutivo Mohr – Coulomb .....	65
3.2 Modelo constitutivo Cam Clay Modificado .....	70

---

3.3	Comparación de las curvas esfuerzo – deformación utilizando los modelos constitutivos de Mohr – Coulomb y Cam Clay Modificado .....	71
<b>4.</b>	<b>Conclusiones y Recomendaciones.....</b>	<b>78</b>
4.1	Conclusiones .....	78
4.2	Recomendaciones .....	79
	<b>Referencias.....</b>	<b>81</b>
<b>Anexo 1.</b>	<b>Modelo constitutivo de Cam Clay Modificado.</b>	<b>85</b>
A1.1.	Curvas de consolidación isotrópica .....	85
A1.2.	Envoltentes de falla en el espacio $\sigma_1 - \sigma_3$ .....	87
<b>Anexo 2.</b>	<b>Errores relativos para los modelos constitutivos de Mohr – Coulomb y Cam Clay Modificado.....</b>	<b>90</b>

## Lista de Figuras

Figura 1- 1. Muestra típica para una prueba de compresión triaxial.....	27
Figura 1- 2. Curva esfuerzo - deformación para una prueba de compresión uniaxial (Fjaer et al., 2008). ....	27
Figura 1- 3. Curva esfuerzo - deformación para una prueba de compresión triaxial (Fjaer et al., 2008). ....	28
Figura 1- 4. Envolvente de falla de Mohr – Coulomb. ....	29
Figura 1- 5. Comportamiento de un material granular bajo consolidación isotrópica y condición drenada (Schofield & Wroth, 1968b).....	30
Figura 1- 6. Superficies de cedencia de los modelos de Cam Clay y Cam Clay Modificado en el espacio $q - p'$ (Schofield & Wroth, 1968b). ....	31
Figura 2 - 1. Curva esfuerzo – deformación a 50°C y 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.....	45
Figura 2 - 2. Curva esfuerzo – deformación a 120°C y 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.....	46
Figura 2 - 3. Curva esfuerzo – deformación a 180°C y 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.....	47
Figura 2 - 4. Curva esfuerzo – deformación a 230°C y 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.....	48
Figura 2 - 5. Envolvente de falla de Mohr – Coulomb a 50°C resultante de las pruebas a 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.....	48
Figura 2 - 6. Envolvente de falla de Mohr – Coulomb a 120°C resultante de las pruebas a 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.....	49
Figura 2 - 7. Envolvente de falla de Mohr – Coulomb a 180°C resultante de las pruebas a 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.....	49
Figura 2 - 8. Envolvente de falla de Mohr – Coulomb a 230°C resultante de las pruebas a 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.....	50
Figura 2 - 9. Variación del módulo de Young con temperatura para diferentes esfuerzos de confinamiento.....	51
Figura 2 - 10. Variación del módulo Bulk con temperatura para diferentes esfuerzos de confinamiento.....	51
Figura 2 - 11. Variación de las propiedades mecánicas con temperatura.....	52

---

Figura 2 - 12. Comportamiento del ángulo de fricción interna en la región plástica para esfuerzo de confinamiento de 8.2 MPa. ....	58
Figura 2 - 13. Comportamiento del ángulo de dilatancia en la región plástica para esfuerzo de confinamiento de 8.2 MPa. ....	59
Figura 2 - 14. Efecto de la temperatura en el comportamiento de la CCS en la región plástica a esfuerzo de confinamiento de 8.2 MPa.....	59
Figura 2 - 15. Efecto de la temperatura en el comportamiento del ángulo de fricción interna en la región plástica para esfuerzo de confinamiento de 4.0 MPa. ....	60
Figura 2 - 16. Efecto de la temperatura en el comportamiento de la CCS en la región plástica a esfuerzo de confinamiento de 4.0 MPa.....	61
Figura 2 - 17. Efecto de la temperatura en el comportamiento del ángulo de fricción interna en la región plástica a esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa. ....	62
Figura 2 - 18. Efecto de la temperatura en el comportamiento del ángulo de dilatancia en la región plástica a esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa. ....	62
Figura 2 - 19. Efecto de la temperatura en el comportamiento de la cohesión en la región plástica a esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa.....	63
Figura 2 - 20. Efecto de la temperatura en el comportamiento de la CCS en la región plástica a esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa.....	64
Figura 3 - 1. Flujo de trabajo para el algoritmo de retorno utilizando el modelo constitutivo de Mohr – Coulomb.....	68
Figura 3 - 2. Comparación de la curva esfuerzo – deformación experimental con las generadas con los modelos M-C y MCC a 50°C y esfuerzo de confinamiento de 8.2, 4.0 y 0.4 MPa.....	72
Figura 3 - 3. Comparación de la curva esfuerzo – deformación experimental con las generadas con los modelos M-C y MCC a 120°C y esfuerzo de confinamiento de 8.2, 4.0 y 0.4 MPa. ....	74
Figura 3 - 4. Comparación de la curva esfuerzo – deformación experimental con las generadas con los modelos M-C y MCC a 180°C y esfuerzo de confinamiento de 8.2, 4.0 y 0.4 MPa. ....	75
Figura 3 - 5. Comparación de la curva esfuerzo – deformación experimental con las generadas con los modelos M-C y MCC a 230°C y esfuerzo de confinamiento de 8.2, 4.0 y 0.4 MPa. ....	77



Figura A1 - 1. Curvas de consolidación isotrópica para un esfuerzo de confinamiento de 8.2 MPa.....	86
Figura A1 - 2. Curvas de consolidación isotrópica para un esfuerzo de confinamiento de 4.0 MPa.....	86
Figura A1 - 3. Curvas de consolidación isotrópica para un esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa.....	87
Figura A1 - 4. Esfuerzos principales en el estado crítico a 50°C.....	88
Figura A1 - 5. Esfuerzos principales en el estado crítico a 120°C.....	88
Figura A1 - 6. Esfuerzos principales en el estado crítico a 180°C.....	89
Figura A1 - 7. Esfuerzos principales en el estado crítico a 230°C.....	89

## Lista de tablas

	Pág.
Tabla 2 - 1. Condiciones de ensayos triaxiales.....	44
Tabla 3 - 1. Módulos elásticos obtenidos a partir de la interpretación de pruebas triaxiales para diferentes esfuerzos de confinamiento y diferentes temperaturas. ....	66
Tabla 3 - 2. Parámetros de resistencia de Mohr - Coulomb para diferentes temperaturas. ....	66
Tabla 3 - 3. Correlaciones obtenidas para las propiedades mecánicas en la región plástica a diferentes condiciones de temperatura y esfuerzo de confinamiento.....	67
Tabla 3 - 4. Parámetros de modelamiento para el modelo MCC obtenidos a partir de pruebas de consolidación isotrópica.....	70
Tabla 3 - 5. Parámetros de modelamiento para el modelo MCC obtenidos a partir de pruebas de compresión triaxial.....	70
Tabla 3 - 6. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 50°C y 8.2 MPa. ....	73
Tabla A2 - 1. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 50°C y 4.0 MPa. ....	90
Tabla A2 - 2. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 50°C y 0.4 MPa. ....	90
Tabla A2 - 3. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 120°C y 8.2 MPa. ....	91
Tabla A2 - 4. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 120°C y 4.0 MPa. ....	91
Tabla A2 - 5. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 120°C y 0.4 MPa. ....	91
Tabla A2 - 6. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 180°C y 8.2 MPa. ....	92
Tabla A2 - 7. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 180°C y 4.0 MPa. ....	92
Tabla A2 - 8. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 180°C y 0.4 MPa. ....	92
Tabla A2 - 9. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 230°C y 8.2 MPa. ....	93

Tabla A2 - 10. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 230°C y 4.0 MPa. ....	93
Tabla A2 - 11. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 230°C y 0.4 MPa. ....	93

# Lista de Símbolos y abreviaturas

## Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad SI
$A$	Área transversal	$m^2$
$c'$	Cohesión	$N/m^2$
$c_{ijkl}$	Matriz de constantes elásticas	-----
$h$	Parámetro de <i>hardening</i>	-----
$B$	Parámetro B de saturación	-----
$p_p$	Presión de poro	$N/m^2$
$p_c$	Presión de confinamiento	$N/m^2$
$Q$	Tasa de flujo	$m^3/s$
$E$	Módulo de Young	$N/m^2$
$K$	Módulo <i>Bulk</i>	$N/m^2$
$v$	Velocidad del fluido	$m/s$
$V_p$	Volumen poroso	$m^3$
$V_T$	Volumen total	$m^3$
$V_s$	Volumen sólido	$m^3$
$G$	Módulo de cizalla	$N/m^2$
$T_0$	Resistencia a la tensión	$N/m^2$

## Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI
$\alpha$	Constante de Biot	-----
$\varepsilon_a$	Deformación axial	-----
$\varepsilon_{ij}$	Tensor de deformaciones	-----
$\varepsilon_{ij}^e$	Deformación elástica	-----
$\varepsilon_{ij}^p$	Deformación plástica	-----
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker	

Símbolo	Término	Unidad SI
$\nu$	Razón de Poisson	-----
$\mu$	Viscosidad	N.s/m <sup>2</sup>
$\rho$	Densidad	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_f$	Densidad del fluido	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_s$	Densidad del sólido	kg/m <sup>3</sup>
$\sigma_{ij}$	Tensor de esfuerzos	
$\sigma'$	Esfuerzo efectivo	N/m <sup>2</sup>
$\sigma_H$	Esfuerzo horizontal máximo	N/m <sup>2</sup>
$\sigma_h$	Esfuerzo horizontal mínimo	N/m <sup>2</sup>
$\sigma_m$	Esfuerzo promedio	N/m <sup>2</sup>
$\sigma_n$	Esfuerzo normal	N/m <sup>2</sup>
$\sigma_v$	Esfuerzo vertical	N/m <sup>2</sup>
$\tau$	Esfuerzo de cizalla	N/m <sup>2</sup>
$\phi$	Porosidad	-----
$\varphi$	Ángulo de fricción interna	-----
$\lambda$	Primer parámetro de Lamé	N/m <sup>2</sup>



# Introducción

Actualmente, una alternativa para suplir la demanda nacional e internacional de hidrocarburos es enfocarse en la exploración y explotación de yacimientos cuyas características geológicas y físicas no representaban un interés económico en el pasado (ej. yacimientos de *shale* gas, *shale* oil, crudos pesados y extra pesados, gas asociado a mantos de carbón, etc.) (Naqvi, 2012). Un porcentaje muy importante de este tipo de reservas se encuentran en los yacimientos de crudo pesado (gravedad específica menor a 20°API), los cuales se estiman en cerca del 70% de las reservas de petróleo en el mundo y se presentan en arenas poco o no consolidadas a profundidades someras (Dusseault, 2001). Dadas las condiciones de densidad y muy alta viscosidad que presentan los crudos pesados, se ha hecho necesario la implementación de técnicas de producción y recobro que resulten en la reducción importante de la viscosidad del petróleo a condiciones de yacimientos. El recobro térmico se ha convertido en uno de los principales métodos en la explotación de yacimientos de crudos pesados, dado que con la aplicación de este tipo de procesos se logra una reducción significativa en la viscosidad del crudo lo que permite una mayor tasa de producción.

El concepto básico detrás de los procesos de inyección de vapor es la reducción de la viscosidad mediante el incremento en la temperatura del yacimiento, esto se realiza con el fin que el crudo pesado fluya a mayor velocidad desde el yacimiento hacia los pozos productores. Entre las técnicas que involucran la inyección de vapor de agua, se encuentran SAGD (*Steam Assisted Gravity Drainage*) y el CSS (*Cyclic Steam Stimulation*), las cuales consisten en inyectar vapor de agua a presión en la formación, para aumentar la temperatura del medio poroso, y por ende también la del crudo pesado y reducir su viscosidad. Adicional al aumento de la temperatura del medio poroso, la técnica CSS también aumenta la presión a la que se encuentran los fluidos en la formación con la intención de generar un mayor gradiente respecto a la presión de fondo de pozo.

Los incrementos en presión y temperatura generados por los procesos de recobro térmico (CSS y SAGD) generan cambios en las propiedades mecánicas (módulos elásticos y parámetros de falla) y petrofísicas, lo que implica un cambio en la resistencia del material y en las condiciones de flujo del mismo. Adicionalmente, a diferencia de los yacimientos

convencionales de hidrocarburos, los yacimientos de crudo pesado tienen un comportamiento dúctil/plástico, el cual se ve acrecentado por los incrementos de temperatura en el yacimiento, lo que sumado a los cambios mecánicos generados por los incrementos en temperatura y en esfuerzo efectivo, lleva a la necesidad de utilizar modelos constitutivos más avanzados, que permitan representar comportamientos o fenómenos más complejos (*hardening* y *softening*).

En este trabajo de investigación se desarrolla un modelo de tipo correlacional para describir el comportamiento de las propiedades mecánicas de la roca en la región plástica con cambios en temperatura, y a partir de dicho comportamiento modelar el comportamiento esfuerzo – deformación para una roca típica de yacimientos de crudo pesado. Para cumplir este objetivo se realiza la interpretación de doce (12) pruebas drenadas de compresión triaxial, posteriormente se realiza un procedimiento matemático con el fin de obtener el comportamiento de las propiedades mecánicas (ángulo de fricción, cohesión y ángulo de dilatancia) en la región plástica. Finalmente, se reproduce el comportamiento esfuerzo – deformación de las muestras utilizando los modelos constitutivos de Mohr – Coulomb (M-C) y Cam Clay Modificado (MCC).



# 1. Marco Teórico

## 1.1 Elasticidad

En un medio isotrópico y linealmente elástico, el esfuerzo y la deformación se relacionan a partir de la ley de Hooke, la cual establece que la deformación es directamente proporcional al esfuerzo. Cuando se presentan varios esfuerzos actuando sobre un mismo material, la deformación total es la suma de las deformaciones individuales producidas por cada uno de los esfuerzos, y en tal caso, la ley de Hooke se representa como:

$$\sigma_{ij} = E\varepsilon_{ij} \quad \sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}\varepsilon_v + 2G\varepsilon_v \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{E}[(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\delta_{ij}\sigma_m] \quad (1)$$

Existen diversas constantes asociadas a la relación esfuerzo – deformación, Ecuación (1), y se conocen como módulos de elasticidad. Los módulos elásticos más utilizados son:

- Módulo Bulk ( $K$ ), el cual es la relación del esfuerzo hidrostático y la deformación volumétrica.
- Módulo de Cizalla ( $G$ ), la relación entre el esfuerzo de cizalla y la deformación de cizalla.
- Módulo de Young ( $E$ ), la relación del esfuerzo longitudinal y la deformación longitudinal en un estado de esfuerzos uniaxial.
- Relación de Poisson ( $\nu$ ), la relación entre la deformación axial y la deformación lateral en un estado de esfuerzos uniaxial.

## 1.2 Plasticidad

La plasticidad es un concepto que describe la deformación no – elástica de un material. A diferencia de la deformación elástica, la deformación plástica no se recupera cuando el esfuerzo que causa dicha deformación se libera. Las rocas que se someten a estados de esfuerzos superiores al esfuerzo de cedencia experimentan este tipo de deformación, y la apropiación y aplicación de los conceptos de plasticidad posibilitan modelar el comportamiento dúctil. La teoría de plasticidad integra cuatro conceptos, a saber:

1. Deformación plástica: El incremento total de deformaciones asociadas al incremento de esfuerzos, consiste en una parte elástica y en una parte plástica.

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \Delta \varepsilon_{ij}^e + \Delta \varepsilon_{ij}^p \quad (2)$$

2. Criterio de cedencia: El criterio de cedencia define el estado de esfuerzos donde se inicia la plasticidad.
3. Regla de flujo: La regla de flujo describe cómo se desarrolla la deformación plástica a una condición de esfuerzos dada.
4. Regla de *Hardening*: Bajo ciertas condiciones, una roca puede incrementar la capacidad de carga después de la cedencia, este comportamiento es descrito por la regla de *hardening*. El *hardening* o el *softening* se puede interpretar como un cambio en la superficie de cedencia en el espacio de los esfuerzos principales, y se puede describir como,

$$f(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3, \kappa) = 0 \quad (3)$$

### 1.3 Resistencia de la roca

El nivel de esfuerzos al cual la roca cede se le conoce comúnmente como la resistencia a la compresión y puede ser obtenida a partir de pruebas experimentales, tales como las pruebas de compresión uniaxial y triaxial. La Figura 1- 1 presenta un esquema con la distribución de fuerzas sobre una muestra o núcleo cilíndrico de un medio poroso sometido a una prueba de compresión triaxial. (Fjaer, Holt, Horsrud, Raaen, & Risnes, 2008)

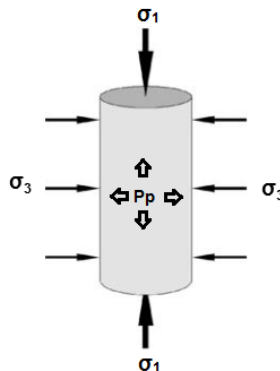


Figura 1- 1. Muestra típica para una prueba de compresión triaxial.

La Figura 1- 2 muestra el comportamiento típico de una curva esfuerzo – deformación para una prueba de compresión uniaxial, y en la cual se identifican algunos elementos y conceptos importantes (Fjaer et al., 2008), tales como:

- Región elástica: Rango de variación del esfuerzo en el cual la roca se deforma elásticamente, es decir, si en dicho rango se efectúa un proceso de descarga o reducción del esfuerzo, la roca retorna a su estado inicial de dimensiones, forma y esfuerzos.
- Esfuerzo de cedencia: Nivel de esfuerzo a partir del cual se presentan deformaciones y cambios permanentes en la muestra, es decir, para esfuerzos mayores al esfuerzo de cedencia la muestra no regresará a su estado inicial al promover la reducción parcial o total del esfuerzo aplicado.
- Resistencia a la compresión uniaxial: Es el punto de mayor esfuerzo en la prueba. En pruebas triaxiales, este punto se conoce como el *confining compressive strength* (CCS) o la resistencia a la compresión confinada.
- Región dúctil: Es la región en la que la muestra sufre una deformación permanente sin perder la capacidad de soportar carga.
- Región frágil: La región en la que la capacidad de la muestra para soportar los esfuerzos disminuye rápidamente a medida que aumenta la deformación.

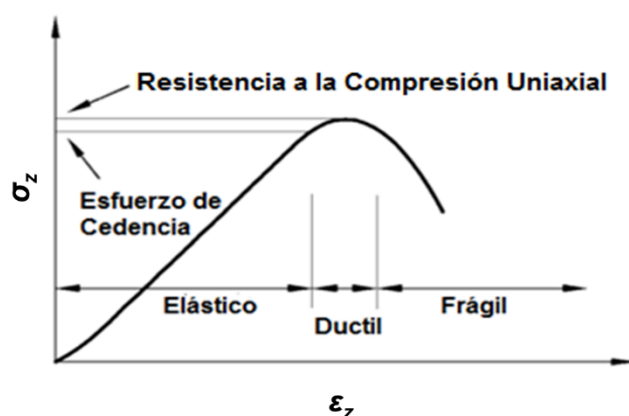


Figura 1- 2. Curva esfuerzo - deformación para una prueba de compresión uniaxial (Fjaer et al., 2008).

La Figura 1- 3 muestra el comportamiento de la curva esfuerzo – deformación para una prueba triaxial. De esta curva se puede observar que a medida que aumenta la presión de confinamiento la muestra presenta una mayor resistencia a la compresión, de igual forma se presenta un leve aumento en la rigidez de la roca, la cual se puede identificar a través del cambio de pendiente en la región elástica, finalmente también es posible observar una transición de frágil a dúctil a medida que el confinamiento aumenta (Fjaer et al., 2008).

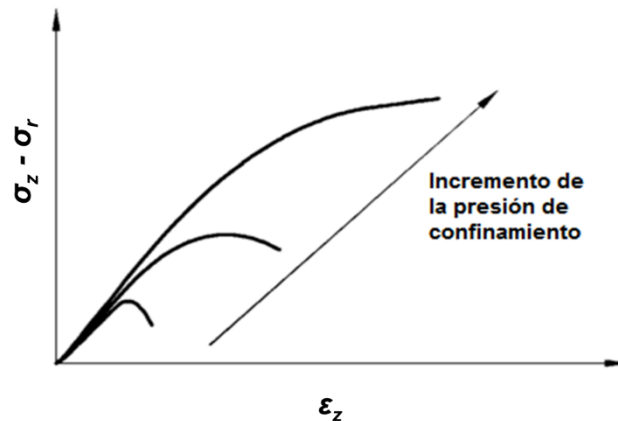


Figura 1- 3. Curva esfuerzo - deformación para una prueba de compresión triaxial (Fjaer et al., 2008).

## 1.4 Modelo constitutivo de Mohr – Coulomb

El criterio de falla utilizado con mayor frecuencia en la industria petrolera es el criterio de Mohr – Coulomb, el cual se basa en una función lineal de los esfuerzos de cizalla ( $\tau$ ) respecto a los esfuerzos normales ( $\sigma'$ ) que se representa por:

$$|\tau| = c' + \mu\sigma' \quad (4)$$

En la Figura 1- 4 se representa el criterio de falla de Mohr – Coulomb como una línea recta en el espacio  $(\sigma, \tau)$ . La envolvente de falla de Mohr-Coulomb resulta en un intersección con el eje  $\tau$ , el cual es conocido como cohesión y hace alusión a las fuerzas que mantienen juntas a las partículas del material; en caso de rocas sedimentarias, el concepto de cohesión está fuertemente ligado con la cantidad y calidad del cemento de la roca. La pendiente de la

recta (envolvente) se conoce como el ángulo de fricción interna y hace referencia la fricción entre los bloques que se desplazan en el plano de falla.

Según esta teoría, el material falla cuando el círculo de Mohr obtenido a partir del estado de esfuerzos al que se encuentre el material toca la envolvente de falla de Mohr-Coulomb. De esta forma, se puede observar la dependencia que tiene la falla con el radio del círculo, el cual ofrece una idea de la diferencia entre la magnitud del esfuerzo principal máximo efectivo y el esfuerzo principal mínimo efectivo o deviatorico de esfuerzos, así como el valor del esfuerzo mínimo efectivo ( $\sigma'_3$ ).

Los parámetros de cohesión y ángulo de fricción interna se pueden cuantificar a partir del análisis conjunto de los resultados de múltiples pruebas triaxiales. Se requieren mínimo tres pruebas triaxiales a diferentes esfuerzos de confinamiento, para posteriormente graficar el círculo de Mohr correspondiente al estado de falla en cada prueba, mientras que la envolvente de falla es una línea tangente a dichos círculos (Fjaer et al., 2008).

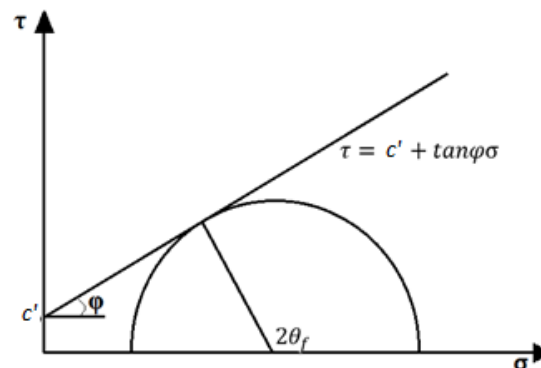


Figura 1- 4. Envolvente de falla de Mohr – Coulomb.

## 1.5 Modelo constitutivo de Cam Clay Modificado

El modelo constitutivo de Cam Clay Modificado (MCC) es un modelo adecuado para representar el comportamiento esfuerzo – deformación de materiales granulares blandos, especialmente arcillas. Es un modelo basado en el concepto de estado crítico y a partir de este se puede capturar la resistencia del material y los comportamientos compresivos o dilatantes del material (Roscoe & Burland, 1968; Schofield & Wroth, 1968a).

El modelo asume que cuando un material granular blando es comprimido isotrópicamente y bajo condiciones drenadas, la relación entre el volumen específico ( $v = 1 + e$ ) y el logaritmo natural del esfuerzo de confinamiento ( $\ln \sigma_c$ ) es una línea recta conocida como “línea de consolidación normal” (ver Figura 1- 5). Los parámetros del modelo MCC son:

- $\lambda$  es la pendiente de la línea de consolidación normal (Figura 1- 5).
- $\kappa$  es la pendiente de las líneas de descarga en el espacio  $v - \ln \sigma_c$  (Figura 1- 5).
- $N$  es el valor del volumen específico en la línea de consolidación normal, cuando  $\ln \sigma_c = 1$ .
- $M$  es la pendiente de la línea de estado crítico en el espacio  $q - p'$ . Se obtiene a partir de tres (3) pruebas triaxiales.
- $\nu$  es la relación de Poisson para cada prueba.
- $p_0$  es la presión de pre-consolidación del material.

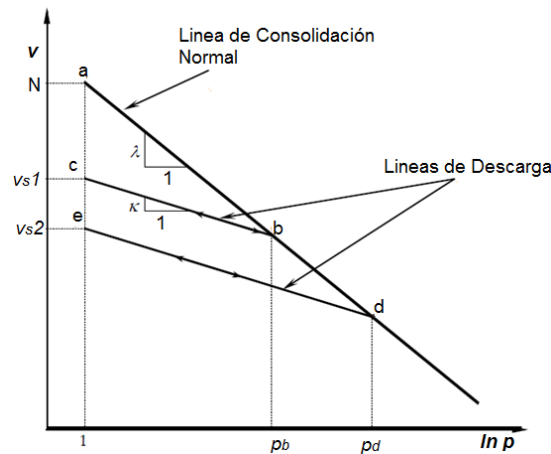


Figura 1- 5. Comportamiento de un material granular bajo consolidación isotrópica y condición drenada (Schofield & Wroth, 1968b).

La Figura 1- 6 presenta las superficies de cedencia de los modelos de Cam Clay y Cam Clay Modificado en el espacio  $q - p'$ , y en la cual se observan dos elementos importantes en el modelamiento:

- El parámetro  $M$ , el cual define la envolvente de falla en el estado crítico del material.
- El parámetro  $p_0$ , la presión de pre-consolidación que determina el tamaño de la superficie de cedencia.

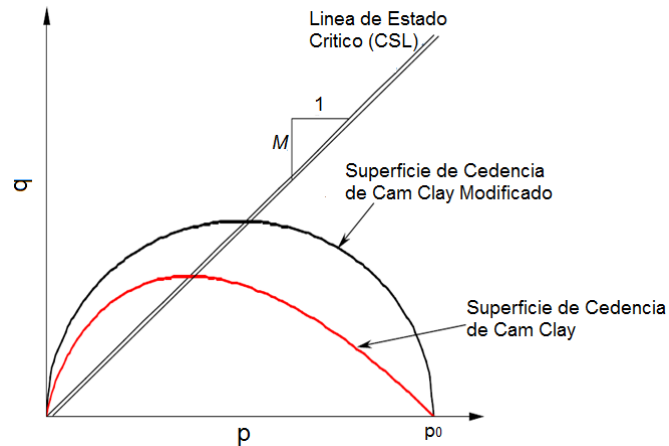


Figura 1- 6. Superficies de cedencia de los modelos de Cam Clay y Cam Clay Modificado en el espacio  $q - p'$  (Schofield & Wroth, 1968b).

## 1.6 Revisión Bibliográfica

La revisión bibliográfica especifica en primer lugar lo referente a los resultados de laboratorio provenientes de pruebas uniaxial y triaxial acerca del comportamiento de las propiedades mecánicas, módulos elásticos y curva esfuerzo – deformación con la variación de la temperatura, el esfuerzo de confinamiento y el tipo de roca. La segunda parte presenta una recopilación de los modelos analíticos y numéricos utilizados para calcular las magnitudes de las propiedades mecánicas en la región plástica.

### 1.6.1 Evidencia experimental del efecto de la temperatura en las propiedades mecánicas de la roca

(Mobarack & Somerton, 1974) realizaron pruebas a diferentes temperaturas y presiones de confinamiento en tres tipos de rocas porosas con el fin de identificar el efecto del cambio de estas variables en el comportamiento de las velocidades de onda. En el experimento usan dos muestras de roca seca y dos muestras de roca saturadas con salmuera. Para ambas muestras (secas y saturadas) se presenta una disminución en las velocidades de ondas al incrementar la temperatura, pero la mayor reducción se presenta en las muestras saturadas. En cuanto al efecto de la presión de confinamiento se encuentra que tanto para la onda P y la onda S: a) La velocidad de onda aumenta al aumentar la temperatura. b) Si

el esfuerzo de confinamiento efectivo se mantiene constante la velocidad de onda no presenta variaciones. c) Las velocidades de onda son mayores en las muestras saturadas.

**(Kosar, 1989)** lleva a cabo una serie de pruebas triaxiales en condiciones drenadas y no drenadas. Los ensayos drenados se realizaron a temperatura ambiente y los ensayos no drenados a 225°C. En principio se observa que la temperatura tiene una alta influencia en el comportamiento mecánico de las formaciones de *shale*. La resistencia a la compresión aumenta hasta un 50 % mientras que el módulo de Young aumento 100 % después de someter la muestra al calentamiento. Este comportamiento se explica por la consolidación térmica, reducción del volumen poroso de la muestra durante el calentamiento.

**(Lau, Jackson, & Gorski, 1991)** llevan a cabo pruebas uniaxiales y triaxiales con el fin de determinar el efecto de la presión de confinamiento y la temperatura en el deviatórico de esfuerzos y en la deformación axial en el punto de falla, la relación de Poisson, el módulo de Young y las propiedades mecánicas de granitos provenientes del Lac du Bonnet. Las pruebas se realizan a cuatro presiones de confinamiento (0, 3.5, 15 y 35 MPa) y tres temperaturas (25, 75 y 125°C).

En cuanto al deviatórico de esfuerzos y la deformación axial concluyen que ambos aumentan su magnitud al aumentar la presión de confinamiento y ambos disminuyen al aumentar la temperatura, 10 y 15% respectivamente. En cuanto a la relación de Poisson, se presenta un aumento al incrementar la presión de confinamiento hasta 17 MPa, a partir de este valor no se notan cambios considerables en su magnitud. El módulo de Young aumenta al incrementar la presión de confinamiento hasta 3.5 MPa y aumentos mayores en la presión de confinamiento no resultan en cambios en su magnitud. Ambos módulos elásticos muestran una leve disminución cuando se incrementa la temperatura. Finalmente, el ángulo de fricción interna disminuye y la cohesión aumenta al aumentar la presión de confinamiento. El aumento de la temperatura no afecta el valor del ángulo de fricción interna y su efecto es mínimo en la cohesión.

**(De Bruyn & Thimus, 1996)** presentan los resultados de pruebas triaxiales para muestras de arcilla de la formación Boom con variación de la presión de confinamiento y la temperatura. A condición de temperatura constante igual a 22°C con variación de la presión



de confinamiento (2.1, 3.1 y 4.1 MPa) se encuentra que el punto de cedencia aumenta; mientras que a una temperatura de 50°C, se observa una disminución del punto de cedencia para cada una de las muestras. Finalmente, los autores realizan el análisis de la envolvente de falla de Mohr – Coulomb a las temperaturas de 22 y 50°C, de lo cual se evidencia un aumento en la cohesión, de 0.89 a 1.03 MPa, y una disminución en el ángulo de fricción interna, de 10° a 4.6°, respectivamente.

**(Araújo, Sousa & Bloch, 1997)** presentan los resultados de varias pruebas triaxiales realizadas sobre muestras de rocas de la cuenca Potiguar para la obtención de las curvas de esfuerzo - deformación a diferentes temperaturas (24, 80 y 150°C) y presiones de confinamiento (2.5 a 20 MPa). En el estudio se realizaron pruebas triaxiales convencionales y pruebas triaxiales de múltiple falla para analizar el comportamiento de la compresibilidad de la roca, los módulos elásticos (Modulo de Young y relación de Poisson), el ángulo de fricción interna y la cohesión.

Para los límites de falla de la roca, se observa que cuando la temperatura aumenta de 24 a 80°C, el punto de cedencia de la roca disminuye en un promedio de 22%. En la prueba triaxial de múltiple falla se observa una reducción promedio del 18% en el punto de cedencia cuando aumenta la temperatura de la prueba. En cuanto al módulo de Young y la relación de Poisson, se observan reducciones promedio del 23 y del 7.2% respectivamente, cuando la prueba alcanza una temperatura de 150°C. Para la compresibilidad total se observa una disminución del 58 % con el aumento de la temperatura. Finalmente, se encuentra que la cohesión decrece considerablemente a medida que la temperatura disminuye, mientras que el ángulo de fricción interna no se ve fuertemente influenciado por los cambios en la temperatura.

**(Qiu-hua, Zhi, Hai-feng & Qiang, 2007)** realizan tres tipos de pruebas (compresión uniaxial, “*Brazilian disc*”, “*three-point bending*”) para determinar el comportamiento de la resistencia a la tensión, la UCS y el módulo de Young con cambios de temperatura. A todas las muestras se le realizan pruebas a ocho temperaturas diferentes (20, 60, 100, 150, 200, 250, 275 y 300°C). Los autores observan que las tres propiedades tienen el mismo comportamiento con los cambios en temperatura, es decir, aumenta su magnitud al aumentar la temperatura de 20 a 250°C, esto se debe a la evaporación del agua residual en los poros de la muestra. Para temperaturas mayores a los 250°C, las tres propiedades

muestran una disminución, asociada a la generación de micro-fracturas y a la falla del material.

**(Dwivedi, Goel, Prasad & Sinha, 2008)** evalúan el cambio de las propiedades mecánicas (UCS, resistencia a la tensión, cohesión, ángulo de fricción interna), propiedades elásticas (módulo de Young y relación de Poisson) y la permeabilidad con el aumento en la temperatura en muestras de granito Indio. Observan una disminución considerable en la magnitud de las propiedades mecánicas debido al incremento en la temperatura. En cuanto a los módulos elásticos, se observa que el módulo de Young disminuye mientras que la variación en la relación de Poisson se considera despreciable. Con respecto a la permeabilidad, reportan una reducción notable en la magnitud de la permeabilidad al aumentar la temperatura, debido principalmente a la expansión del sólido que resulta en el cierre progresivo de las gargantas porosas.

**(Moustafa, Malek & Jianfu, 2008)** efectúan pruebas triaxiales para analizar el comportamiento la deformación axial y el módulo de Young para muestras de un *shale* a diferentes temperaturas (20, 100, 150, 200 y 250°C) y esfuerzos de confinamiento (0, 5, 10 y 20 MPa). Se evalúan dos tipos de muestra, una adquirida paralela y otra perpendicular al plano de estratificación.

La deformación axial es mayor para las muestras de shale con orientación perpendicular al plano de estratificación que para las muestras con orientación paralela al plano de estratificación, lo cual indica que los planos de sedimentación juega un papel importante en la deformación del *shale*.

En cuanto al módulo de Young, su magnitud es mayor para las muestras con orientación paralela al plano de estratificación que para las muestras con orientación perpendicular al plano de estratificación. Adicional, el módulo de Young disminuye con el aumento en la temperatura para ambos tipos de orientaciones, y para las dos orientaciones el módulo de Young aumenta con la presión de confinamiento.

La resistencia a la compresión máxima de las curvas de esfuerzo – deformación aumenta con la presión de confinamiento y disminuye con el aumento de la temperatura, y las curvas de esfuerzo – deformación presentan un comportamiento tipo *hardening* y tipo *softening*.

**(Zhang, Mao & Lu, 2009)** realizan pruebas triaxiales en muestras de mármol, calizas y areniscas para analizar el comportamiento de la curva esfuerzo – deformación, las propiedades mecánicas y el módulo de Young con el aumento de la temperatura de prueba.

Para las tres rocas analizadas, la forma de la curva es bastante similar en las diferentes etapas de calentamiento. En cuanto al módulo de Young, para las tres rocas se encuentra una tendencia de disminución de la magnitud, la cual se intensifica cuando la temperatura alcanza los 800°C. En cuanto al comportamiento de la resistencia a la compresión máxima con el aumento en la temperatura de prueba, se evidencia que: a) Para el mármol, el valor pico aumenta hasta 100°C, luego disminuye hasta alcanzar los 600°C, para posteriormente manifestar un leve aumento; b) Para la caliza, el valor pico disminuye cuando la muestra se calienta hasta 100°C, posteriormente no se notan cambios considerables hasta alcanzar los 600°C y al alcanzar esta temperatura se presenta una fuerte disminución de su magnitud; c) Para las areniscas, el valor pico disminuye cuando la muestra se calienta hasta 200°C, posteriormente tiene incrementos considerables hasta alcanzar los 600°C y al alcanzar esta temperatura se presenta una fuerte disminución de su magnitud.

**(Luo & Wang, 2011)** realizan pruebas para evaluar la resistencia a la compresión uniaxial (UCS) en muestras de lodolita al variar la temperatura entre 20 y 750°C. Observan que tanto el módulo de Young como la UCS aumentan al aumentar la temperatura. El aumento se presenta en mayor magnitud para temperaturas menores a 200°C y mayores a 600°C.

**(Ranjith, Viete, Chen & Perera, 2012)** realizan pruebas de compresión uniaxial a temperaturas entre 25 y 950°C en areniscas provenientes de Hawkesbury, Australia. Para temperaturas menores a los 500°C, la UCS y el módulo de Young aumentan al aumentar la temperatura, mientras que para temperaturas mayores a los 500°C, la UCS y el módulo de Young disminuyen. Enfatizan que el comportamiento plástico de la roca y la transición entre fragilidad y ductilidad con cambios en temperatura y la presión de confinamiento

están ampliamente influenciados por el tipo de roca y por los minerales presentes en la misma.

**(Wu, Wang, Swift & Chen, 2013)** realizan un estudio sobre el efecto de la temperatura en las propiedades mecánicas de una arenisca. Tanto la UCS como el módulo de Young disminuyen al aumentar la temperatura de 20 a 1200°C, lo cual se puede atribuir a los esfuerzos térmicos inducidos como resultado de los diferentes coeficientes de expansión térmica de los minerales presentes en la roca.

**(Carvajal, Andres, Peña & Carreño, 2014)** realizan pruebas de compresión uniaxial para dos tipos de roca, roca yacimiento (arenisca) y roca sello (lutita). Ambas muestras se calientan durante 15 días hasta alcanzar una temperatura de 500°C. Se observan comportamientos diferentes entre la UCS, el módulo de Young y la relación de Poisson para ambas muestras. Para la roca de yacimiento, se presenta una fuerte reducción en la magnitud de la UCS y el módulo de Young y aumento en la relación de Poisson, lo cual indica un debilitamiento en la roca y una mayor tendencia de la misma a deformarse. En el caso de la roca sello, se encuentra un aumento en la UCS, una leve disminución en el módulo de Young y una fuerte reducción en la relación de Poisson, lo cual indica que la roca sello asume un comportamiento más frágil a medida que la temperatura aumenta.

**(Liu & Xu, 2014)** en complemento al análisis del efecto de la temperatura sobre las velocidades de onda, evalúan el comportamiento de algunas propiedades mecánicas (UCS y resistencia a la tensión). Para tanto, la UCS como para la resistencia a la tensión, observan una disminución progresiva en la magnitud de las propiedades (37 y 35% respectivamente) para el rango de temperaturas dado (25 y 1000°C), cambio justificado principalmente por los cambios mineralógicos y de estructura interna de la roca.

**(H. Tian, Ziegler & Kempka, 2014)** llevan a cabo una serie de pruebas uniaxiales y triaxiales con el fin de investigar el efecto de altas temperaturas (1000°C) en el comportamiento físico y mecánico de arcillolitas. Los autores concluyen que se presenta una leve disminución en el volumen de las arcillolitas por debajo de los 800°C, mientras que a temperaturas mayores a 800°C el volumen de la roca aumenta. De igual forma, la masa y la densidad *bulk* siempre disminuyen al aumentar la temperatura, llegando a disminuir su

magnitud entre un 11 y un 33% de su valor inicial, respectivamente. La resistencia a la compresión de la roca (UCS) y el módulo de Young aumentan al aumentar la temperatura. **(Tian et al., 2014)** concluyen que a temperaturas mayores a 1000°C y a presiones de confinamiento superiores a los 20 MPa, la temperatura tiene un efecto mínimo en el comportamiento físico y mecánico de la roca.

**(Zhang, Mao, Liu, Guo & Ma, 2014)** analizan el comportamiento mecánico de lodolitas a temperaturas entre 25 y 800°C en pruebas de compresión uniaxial. Los autores concluyen que las curvas esfuerzo – deformación presentan cuatro (4) etapas: a) etapa de compactación, b) etapa de deformación elástica, c) etapa de deformación no lineal y d) etapa de desintegración de la muestra. Tanto el módulo de Young y la UCS presentan comportamientos similares, es decir, entre 25 y 400°C el módulo de Young y la UCS incrementan un 79 y 78% respectivamente, pero a temperaturas superiores a 400°C, estas disminuyen un 76 y 77% respectivamente.

**(Zhang et al., 2014)** afirman que el comportamiento mecánico antes descrito para temperaturas menores a 400°C se debe al cierre de micro fracturas asociado principalmente al esfuerzo térmico, lo que genera un aumento en la fricción entre los diferentes granos y por ende aumenta la resistencia de la roca. Para temperaturas mayores a 400°C, los esfuerzos térmicos generan una transformación en la composición de los minerales lo que genera la creación de micro fracturas, y se reduce la resistencia de la roca.

**(Yu, Chen, Chen, Zhang & Cai, 2015)** realizan pruebas triaxiales para diferentes temperaturas (20, 200, 400 y 600°C) y presiones de confinamiento (0, 5, 10 y 20 MPa) en areniscas rojas de China. Evalúan el efecto del cambio en temperatura y presión de confinamiento en la permeabilidad, los módulos elásticos (Young y Poisson) y la resistencia máxima a la compresión. Sus conclusiones principales son:

- a) A temperaturas entre 20 y 200°C, los poros y las fisuras se cierran gradualmente, lo que aumenta la densidad de la roca y por ende aumentan la resistencia a la compresión y los módulos elásticos, mientras que la permeabilidad disminuye. Para temperaturas entre 200 y 600°C, la arenisca se degrada, lo que ocasiona una disminución en la resistencia de la roca y en los módulos elásticos mientras que la permeabilidad y la deformación axial aumentan considerablemente.

- b) Al aumentar la presión de confinamiento se cierran las fisuras internas en la roca lo que se traduce en una reducción de la permeabilidad y un aumento en la resistencia máxima a la compresión.

**(Brotons, Tomás & Ivorra, 2015)** estudian los efectos de la temperatura (200, 300, 400, 500 y 600°C) en una calcarenita. Evalúan el comportamiento de la porosidad, el módulo de Young (dinámico y estático) y la resistencia a la compresión uniaxial – UCS. Se identifica un incremento en la porosidad con la temperatura y se alcanza un incremento máximo del 14% a 600°C. Al estudiar el módulo de Young, se encuentra que a 600°C su magnitud disminuye un 80% en ensayos dinámicos (onda compresional y de cizalla) y un 85% en ensayos estáticos (prueba uniaxial). Finalmente, se muestra que la UCS tiene una disminución cercana al 50% cuando la temperatura alcanza los 600°C.

**(Gautam, Verma, Maheshwar & Singh, 2015)** analizan el comportamiento termomecánico para una arenisca de la India, mediante la construcción de la curva esfuerzo – deformación, el módulo de Young y la resistencia máxima a la compresión de la roca al variar la temperatura entre 25 y 950°C.

El comportamiento de la curva de esfuerzo – deformación a temperaturas menores a 450°C es muy similar. Se identifica la zona de cierre de micro fracturas que aumenta la resistencia máxima a la compresión. Para temperaturas entre 450 y 650°C, se presenta deformación plástica de la roca y el comportamiento de falla cambia de frágil a dúctil. A temperaturas superiores a 650°C, la resistencia compresiva de la roca disminuye considerablemente, debido principalmente a la pérdida de cohesión entre los granos del mineral.

El módulo de Young muestra un incremento entre 25 y 450°C, debido al cierre de micro-fracturas lo que también redundaría en el aumento de la densidad de la roca. Entre 450 y 650°C el módulo de Young disminuye, comportamiento generado por la diferencia entre los coeficientes de expansión térmica de los minerales presentes en la arenisca, lo que promueve la aparición de nuevas micro-fracturas. Para temperaturas entre 650 y 950°C el módulo de Young disminuye como resultado principalmente del debilitamiento térmico de la roca, promovido a su vez por la reducción en la cohesión entre los granos del mineral.

Por último, la resistencia máxima a la compresión muestra el siguiente comportamiento: a) entre 25 y 450°C se presenta un leve aumento en la resistencia de la roca debido al cierre de micro-fracturas; b) entre 450 y 550°C se presenta una leve disminución de la resistencia a la compresión que se asocia con el agrietamiento térmico que reduce la capacidad de la roca para resistir deformación; c) entre 550 y 650°C la resistencia máxima a la compresión aumenta, debido al metamorfismo de los minerales a causa del esfuerzo térmico; d) entre 650 y 950°C la resistencia a la compresión disminuye, debido principalmente a la extensión de las fisuras que reducen la cohesión de los granos.

**(Zhang, Mishra & Heasley, 2015)** realizan pruebas de compresión uniaxial y triaxial, y pruebas de resistencia a la tensión sobre muestras de mármol y arenisca para investigar el comportamiento mecánico en condiciones de alta presión de confinamiento (14.5 – 200 MPa) y temperatura (25 - 180°C), aunque para las muestras de arenisca no se alcanzaron las presiones máximas de confinamiento inicialmente propuestas.

En las pruebas de compresión uniaxial ambas rocas exhiben una falla frágil. Al realizar pruebas de compresión triaxial las muestras de mármol presentan una deformación tipo *softening* mientras que las muestras de arenisca mantienen un comportamiento frágil. Al aumentar la presión de confinamiento, las muestras de mármol presentan deformación tipo *hardening*, mientras que las de arenisca presentan deformación tipo *softening*. La resistencia a la compresión de la roca (CCS) a bajos esfuerzos de confinamiento tanto para las muestras de mármol como de arenisca es directamente proporcional a la presión de confinamiento e inversamente proporcional a la temperatura.

**(Lu, Wang, Sun & Wang, 2016)** realizan pruebas de compresión uniaxial para un rango de variación de la temperatura entre 25 y 95°C para determinar la influencia de la saturación de agua y la temperatura en el comportamiento mecánico de muestras de lodolita y arenisca.

Inicialmente, se analiza el comportamiento de las curvas esfuerzo – deformación para ambas muestras de lodolita y arenisca, sin saturar y a temperatura ambiente. En general, las curvas muestran cuatro etapas: a) cierre de micro-fracturas, b) deformación elástica, c) deformación tipo *hardening*, d) deformación tipo *softening*.

De acuerdo al análisis de las muestras saturadas con agua a diferentes temperaturas, se observan los siguientes comportamientos mientras que la temperatura aumenta: a) el contenido de agua en la lodolita aumenta, lo que genera una reducción en el UCS y en el módulo de Young del 53.8 y 70.4 %, respectivamente, estos cambios se deben principalmente a la reacción del agua con los minerales de arcilla de la muestra; b) el contenido de agua en la arenisca disminuye, lo que genera un aumento en el UCS y en el módulo de Young del 21.3 y 20.2 %, respectivamente.

**(Hong Tian, Kempka, Yu & Ziegler, 2016)** realizan la revisión bibliográfica acerca del efecto de la temperatura en el comportamiento mecánico de areniscas. En su análisis, proponen tres categorías para describir la relación entre las propiedades mecánicas y la temperatura, a saber:

- a) Tipo 1: La magnitud de los parámetros mecánicos y elásticos aumentan con la temperatura hasta que el sistema alcanza una temperatura límite ( $T_l$ ), para luego disminuir.
- b) Tipo 2: Los valores de los parámetros mecánicos y elásticos permanecen relativamente constantes o cambian  $\pm 10\%$  con el aumento en la temperatura hasta que el sistema alcanza una temperatura límite ( $T_l$ ), para luego disminuir.
- c) Tipo 3: Los valores de los parámetros mecánicos y elásticos disminuyen con la temperatura, pero muestran diferentes tendencias de reducción antes y después de temperatura límite ( $T_l$ ).

### 1.6.2 Propiedades de resistencia de la roca en la región plástica

**(Nouri, Vaziri, Belhaj & Islam, 2006)** afirman que los modelos elastoplásticos son insuficientes para el modelamiento del comportamiento de las arenas no consolidadas. y que es necesario incluir en dichos modelos deformaciones de tipo *softening* y *hardening*, debido a que las deformaciones de tipo plástico generan cambios permanentes en la roca que afectan las propiedades tanto mecánicas como también las propiedades petrofísicas.

**(Jafarpour et al., 2012)** presentan un modelo elastoplástico basado en el criterio de falla de Mohr – Coulomb para representar el comportamiento de las areniscas. El modelo se calibra con datos experimentales de dos pruebas triaxiales. El modelo se basa en la teoría



del *frictional hardening* y *cohesional softening*, y trata de disminuir al mínimo la dependencia de la malla de simulación. Los autores concluyen que el modelo bilineal de Mohr – Coulomb y el *frictional hardening / cohesional softening* reproduce el comportamiento de las areniscas, y el menor error se produce al emplear una malla de simulación inclinada en el ángulo de falla de la roca. Respecto a los niveles de ajuste en las curvas esfuerzo – deformación, los autores concluyen que se presentan muy buenos ajustes durante todas las etapas de la prueba (elasticidad y plasticidad) en la deformación axial y volumétrica, mientras que la deformación radial presenta un buen ajuste en el rango de deformaciones elásticas, pero posterior al punto de cedencia la simulación presenta un comportamiento frágil mientras que la prueba presenta un comportamiento dúctil.

**(K. Zhang, Zhou & Shao, 2013)** presentan un modelo constitutivo elastoplástico para representar el comportamiento mecánico de las rocas. En el estudio se define una variable de plasticidad interna que incorpora el efecto de la presión de confinamiento en el cambio de la función de cedencia, y a partir de dicha variable se estudia la evolución del ángulo de dilatación, el ángulo de fricción interna y la función de cedencia. El modelo representa de forma adecuada las deformaciones axiales y radiales durante las etapas de la prueba (elasticidad y plasticidad), por el contrario, las deformaciones volumétricas solo se representa de forma adecuada durante la etapa de contracción de la muestra.

**(Pourhosseini & Shabanimashcool, 2014)** proponen un modelo constitutivo para describir el comportamiento no lineal de rocas intactas bajo cargas estáticas. El modelo utiliza una contracción en la superficie de falla cuando aumenta la deformación plástica al modelar deformaciones tipo *softening* de la roca. Además, utilizan una regla de flujo no asociativa con el fin de expresar las deformaciones plásticas y la dilatación de la roca. A partir de la comparación de los datos simulados con los datos de pruebas experimentales, los autores concluyen que la inclusión de un deformación tipo *softening* y la regla de flujo no asociativa es posible capturar el comportamiento plástico del material.

**(Li, Xiong & Zhao, 2016)** desarrollan un modelo constitutivo elastoplástico en el marco de la teoría de plasticidad. En dicho modelo, el ángulo de fricción interna y la cohesión son propiedades que se movilizan como función de la deformación plástica. La función de potencial plástico es determinada usando una regla de flujo no asociativa. El modelo

permite representar deformaciones de tipo *hardening* y *softening*, las cuales dependen del nivel de esfuerzos promedio al cual se encuentra la roca.

## 1.7 Discusión

Según lo plasmado en la revisión bibliográfica, es evidente la variación de las propiedades mecánicas y petrofísicas de las rocas con los cambios en la temperatura y el esfuerzo de confinamiento. Adicional, en muy pocos trabajos y referencias, se profundiza en el comportamiento de la curva de esfuerzo – deformación cuando se supera el punto de cedencia, lo que genera la necesidad de extender el análisis en el rango de esfuerzo posterior a la cedencia con el fin de determinar la incidencia de la temperatura y el esfuerzo de confinamiento en las propiedades mecánicas de la roca (ángulo de fricción interna, cohesión, UCS), así como la relación de dichas propiedades en situaciones de *softening* y *hardening*.

En cuanto a los módulos elásticos y a los parámetros mecánicos, se presentan resultados variados en la región elástica y se evidencia que la variación de dichos parámetros depende de la temperatura, el esfuerzo de confinamiento, el tipo y litología de roca, entre otros factores.

Respecto a los parámetros mecánicos en la región plástica, se evidencia el uso de diferentes teorías para modelar el comportamiento de los mismos, sin embargo el estudio de estos parámetros solo se realiza a diferentes estados de esfuerzo de confinamiento y en muy pocas ocasiones se incluye el efecto de la temperatura.

Por último, es necesario resaltar la importancia del estudio del cambio de las propiedades elásticas, mecánicas (en la región elástica y la región plástica) de la roca con respecto a la temperatura debido al impacto sobre los procesos y sus resultados que se pueden generar tanto en el yacimiento como en las formaciones suprayacentes por el cambio de estas propiedades. Los constantes cambios que sufre la roca durante los procesos de recobro térmico pueden resultar en problemas operacionales, cambios en el índice de producción/inyección del pozo y por ende en la productividad e inyectividad de los pozos, y además estas operaciones pueden presentar un alto impacto ambiental, ya que si se

---

genera una ruptura en la roca sello del yacimiento, se puede presentar el flujo de vapor e hidrocarburos hacia la superficie al igual que la contaminación de acuíferos someros. Por lo anterior, es imperativo modelar la producción/inyección de los yacimientos de crudo pesado teniendo en cuenta el componente geomecánico y el componente térmico; y para esto es necesario acoplar los procesos de flujo de fluidos en medios porosos con la deformación del medio generada a través de los cambios de temperatura.

## 2. Resultados Experimentales

Esta investigación se realiza con base en las pruebas realizadas por (Arias Buitrago, 2015) en su proyecto de maestría. En ese proyecto se realizaron doce (12) pruebas triaxiales a diferentes condiciones de temperatura y de esfuerzo de confinamiento, como se presenta en la Tabla 2 - 1. Estas pruebas se realizaron sobre muestras reconstituidas generadas a partir de material extraído de un afloramiento en el valle medio del Magdalena colombiano. La arena utilizada para la reconstitución de los núcleos está compuesta de cuarzo (95%), caolinita (4%) y pirita (1%) y tiene un alto contenido de finos (40%). Las muestras se reconstituyen hasta alcanzar una porosidad promedio del 27% y una permeabilidad promedio de 250 mD (Arias Buitrago, 2015).

Los núcleos reconstituidos se saturan con salmuera (3% de NaCl) a un esfuerzo efectivo de confinamiento de 0.1 MPa. La presión de poro de las muestras se mantiene constante en 5.5 MPa, durante todas las etapas de las pruebas (consolidación isotrópica, calentamiento, falla) (Arias Buitrago, 2015).

Tabla 2 - 1. Condiciones de ensayos triaxiales.

Prueba	Esfuerzo efectivo de confinamiento [MPa]	Temperatura [°C]
1	8.2	50
2	4.0	50
3	0.4	50
4	8.2	180
5	4.0	180
6	0.4	180
7	8.2	120
8	4.0	120
9	0.4	120
10	8.2	230
11	4.0	230
12	0.4	230

A continuación, se presentan los resultados de las pruebas triaxiales al igual que su análisis. Los resultados se agrupan en tres partes, la primera se enfoca en mostrar los resultados a condiciones isotérmicas para las propiedades mecánicas (cohesión, ángulo

de fricción interna) y los módulos elásticos que resultan al aplicar el círculo de Mohr y la envolvente de falla de Mohr – Coulomb a los datos de las pruebas de compresión triaxial; luego se realiza el análisis del cambio en las propiedades mecánicas y en los módulos elásticos debido al aumento de la temperatura. Finalmente, se realiza el análisis del comportamiento plástico de la roca a las diferentes temperaturas y esfuerzos de confinamiento.

## 2.1 Resultados de pruebas de compresión triaxial a condición isotérmica

La Figura 2 - 1, la Figura 2 - 2, la Figura 2 - 3 y la Figura 2 - 4 muestran el comportamiento de las curvas esfuerzo – deformación para tres esfuerzos de confinamiento a 50, 120, 180 y 230°C respectivamente.

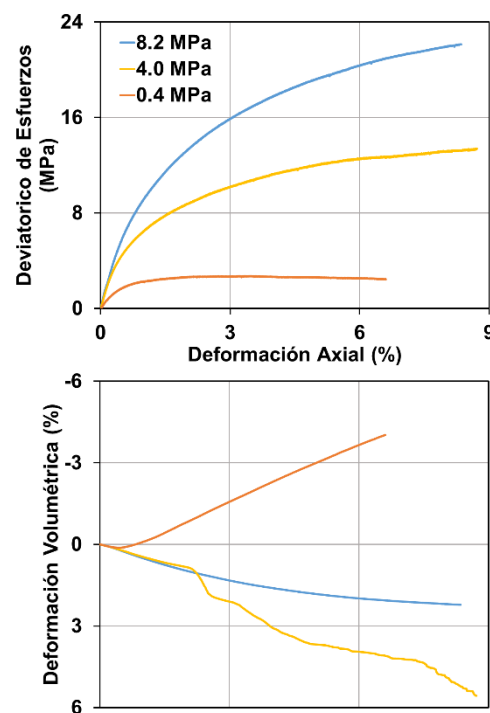


Figura 2 - 1. Curva esfuerzo – deformación a 50°C y 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.

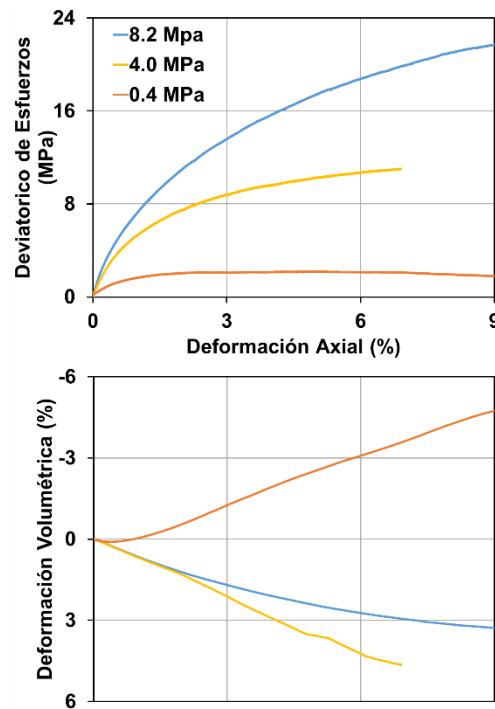


Figura 2 - 2. Curva esfuerzo – deformación a 120°C y 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.

Para las curvas a los esfuerzos de confinamiento de 8.2 y 4.0 MPa, se presenta endurecimiento o hardening progresivo en la roca, mientras que a un esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa, se observa un leve hardening hasta alcanzar la resistencia máxima a la compresión, para posteriormente mostrar un comportamiento perfectamente plástico, el cual prevalece hasta que la muestra alcanza un 5% de deformación. Finalmente, se presenta un comportamiento de ablandamiento o softening. También de estas figuras es posible observar una importante dependencia del punto de cedencia y el módulo de Young con la variación del estado de confinamiento. Al aumentar el esfuerzo de confinamiento tanto el punto de cedencia como el módulo de Young aumentan, lo cual puede deberse a la mayor compactación del material y a la mayor cohesión entre los granos del mismo.

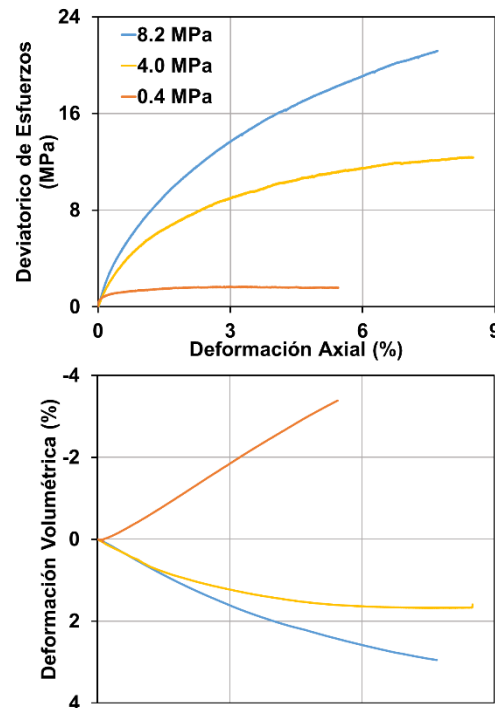


Figura 2 - 3. Curva esfuerzo – deformación a 180°C y 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.

La Figura 2 - 5 muestra los círculos de Mohr para los tres (3) estados de confinamiento y la envolvente de falla de Mohr – Coulomb resultante para una temperatura de 50°C. La construcción de los círculos de Mohr al igual que el cálculo de las diferentes propiedades mecánicas se realiza en el punto en el cual se termina el comportamiento elástico del material, y resulta en 0.49 MPa para la cohesión de y 17.5° para el ángulo de fricción interna, valores típicos de arenas no consolidadas y con alta presencia de finos (Qiu-hua et al., 2007).

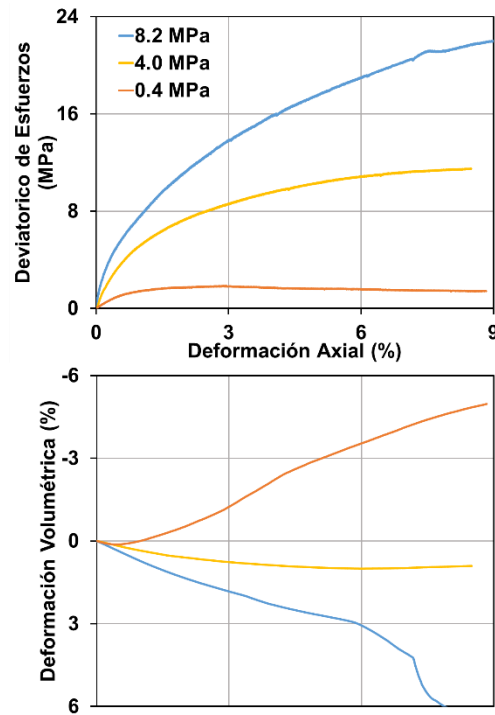


Figura 2 - 4. Curva esfuerzo – deformación a 230°C y 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.

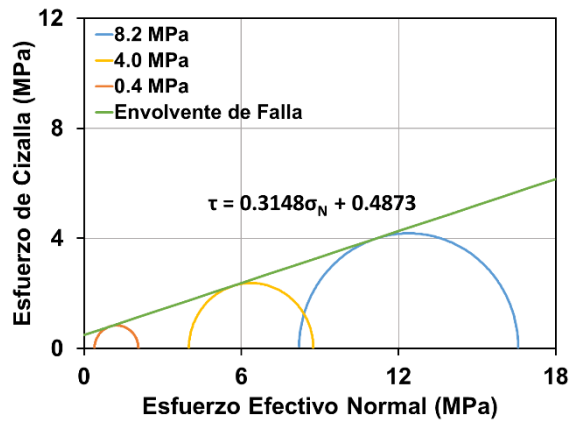


Figura 2 - 5. Envolvente de falla de Mohr – Coulomb a 50°C resultante de las pruebas a 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.

En cuanto al análisis de la falla de las muestras a 120°C (Figura 2 - 6), el material presenta valores típicos de arenas no consolidadas y con alta presencia de finos, cohesión de 0.20 MPa y ángulo de fricción interna de 12.5°.



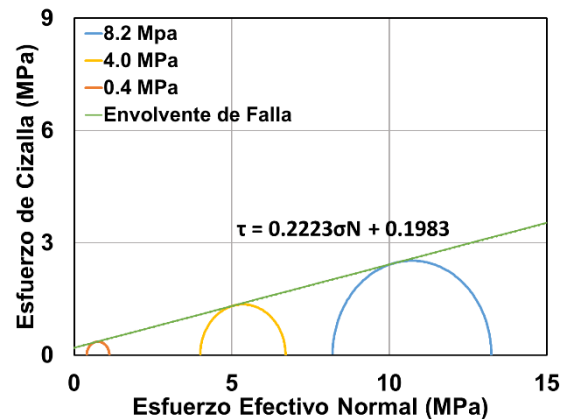


Figura 2 - 6. Envolvente de falla de Mohr – Coulomb a 120°C resultante de las pruebas a 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.

La Figura 2 - 7 muestra los círculos de Mohr correspondientes a cada uno de los estados de confinamiento y la envolvente de falla de Mohr – Coulomb a 180°C. El material presenta valores típicos de arenas no consolidadas y con alta presencia de finos (cohesión de 0.24 MPa y ángulo de fricción interna de 13.4°).

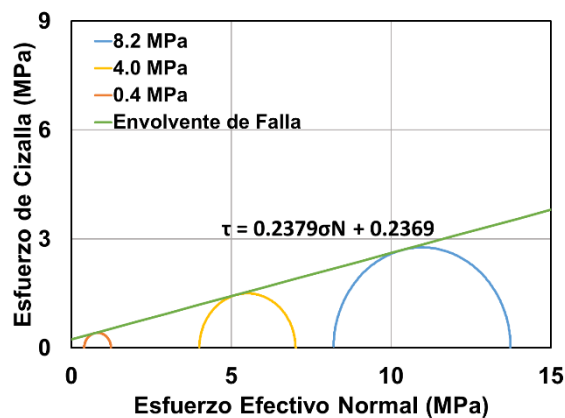


Figura 2 - 7. Envolvente de falla de Mohr – Coulomb a 180°C resultante de las pruebas a 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.

La Figura 2 - 8 muestra los círculos de Mohr correspondientes a cada uno de los estados de confinamiento y la envolvente de falla de Mohr – Coulomb para las pruebas a 230°C. El material presenta una disminución considerable en la magnitud de los parámetros de falla con respecto a los presentados en las muestras evaluadas a menores temperaturas (cohesión de 0.10 MPa y ángulo de fricción interna de 10.3°).

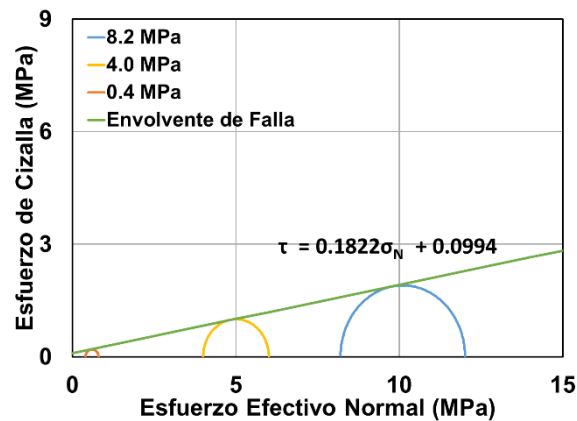


Figura 2 - 8. Envolvente de falla de Mohr – Coulomb a 230°C resultante de las pruebas a 0.4, 4.0, y 8.2 MPa de esfuerzo de confinamiento.

## 2.2 Efecto de la temperatura en el comportamiento mecánico en la región elástica

Las Figura 2 - 9, Figura 2 - 10 y Figura 2 - 11 muestran el comportamiento del módulo de Young, el módulo Bulk y las propiedades mecánicas de las rocas respectivamente en función de la temperatura y el esfuerzo de confinamiento.

El módulo de Young (Figura 2 - 9) incrementa al aumentar el esfuerzo de confinamiento, lo que implica que la rigidez del material es directamente proporcional al esfuerzo de confinamiento al que está sometido el material. El comportamiento del módulo de Young con la temperatura es contrario al mostrado con el esfuerzo de confinamiento y el nivel de cambio depende del nivel de temperatura. Entre 50 y 120°C, el módulo de Young disminuye como respuesta al aumento en la ductilidad del material directamente asociado al incremento en la temperatura, lo que implica mayores deformaciones para un mismo nivel de esfuerzo (Tian et al., 2016). Entre 120 y 180°C, el módulo de Young incrementa con la temperatura, lo que puede ser atribuido a la transformación de caolinita en esmectita, el cual es un material mucho más rígido (Ranjith et al., 2012). Finalmente, entre 180 y 230°C, el módulo de Young disminuye, lo que genera una pérdida de rigidez asociada al incremento en temperatura.

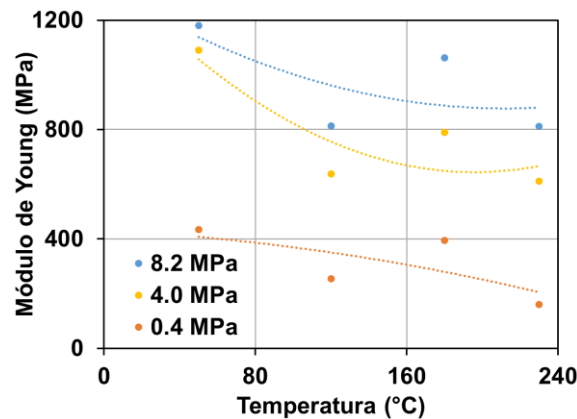


Figura 2 - 9. Variación del módulo de Young con temperatura para diferentes esfuerzos de confinamiento.

El módulo Bulk (Figura 2 - 10) a condición isotérmica, aumenta al aumentar el esfuerzo de confinamiento, y al mantener constante el esfuerzo de confinamiento, el comportamiento con temperatura es función del valor de la temperatura. Entre 50 y 120°C el módulo Bulk disminuye para luego aumentar su valor para temperaturas superiores a 120°C, aumento asociado con el aumento de las deformaciones volumétricas de los núcleos.

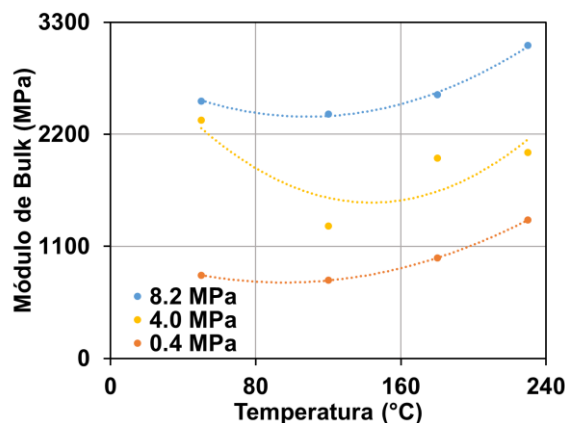


Figura 2 - 10. Variación del módulo Bulk con temperatura para diferentes esfuerzos de confinamiento.

De los resultados presentados en las Figuras 2 – 9 y 2 – 10, y mediante el proceso de regresión lineal, se obtienen presentan las correlaciones que ajustan el comportamiento de los módulos Young y *Bulk* en función de la temperatura y el esfuerzo de confinamiento, para el material evaluado en las pruebas de compresión triaxial, Ecuación (8).

$$\begin{aligned}
 E &= 83.03 \sigma'_c - 2.19 T + 655.26 & R^2 &= 0.89 \\
 K &= 212.28 \sigma'_c + 0.49 T + 882.51 & R^2 &= 0.80
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Donde:

$E$  = Módulo de Young, MPa.

$K$  = Módulo Bulk, MPa.

$\sigma_c$  = Esfuerzo efectivo de confinamiento, MPa.

$T$  = Temperatura, °C.

Los parámetros de resistencia de la roca (Figura 2 - 11) vinculados con el análisis de falla por el criterio de Mohr – Coulomb presentan un comportamiento diferencial con el nivel de temperatura. Entre 50 y 120°C disminuyen, lo que se puede asociar a la diferentes tasas de expansión térmica entre los minerales que componen el núcleo que resulta en la generación de micro fracturas (Wu et al., 2013). Entre 120 y 180°C, su magnitud aumenta y por tanto se presenta un fortalecimiento del material lo cual puede ser atribuido a la microestructura del material (Lu et al., 2016), la transformación de caolinita en esmectita (Ranjith et al., 2012) y también a la compactación térmica de la roca (Benzagouta & Amro, 2009; Gautam et al., 2015; Hueckel, Peano, & Pellegrini, 1994). Finalmente, entre 180 y 230°C hay una reducción en ambos parámetros, la reducción total de cada parámetro respecto al valor inicial es del 79% y del 50% para la cohesión y el ángulo de fricción interna respectivamente, este comportamiento puede atribuirse a la presencia de micro-fracturas generadas por el aumento en la temperatura (R. Araújo, Sousa & Bloch, 1997).

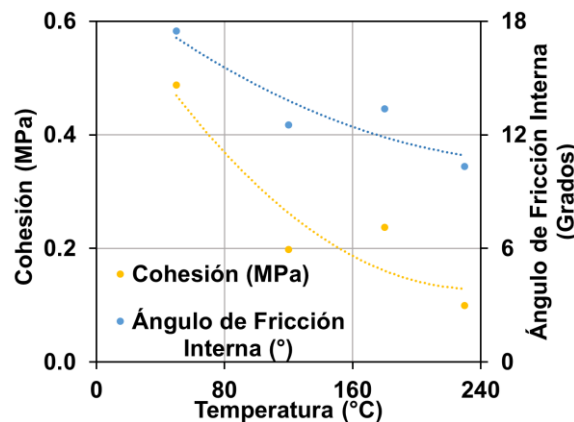


Figura 2 - 11. Variación de las propiedades mecánicas con temperatura.

## 2.3 Modelamiento de una prueba triaxial

El modelamiento de una prueba de compresión triaxial en un núcleo o muestra de forma cilíndrica requiere de un modelo matemático en coordenadas cilíndricas que relacione el cambio en esfuerzos con la variación de las deformaciones, al igual que las propiedades del material que compone la muestra. A partir de la ley de Hooke en tres dimensiones y si se asumen como positivos los esfuerzos de compresión, el modelo resulta en la ecuación (2 - 1):

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_z &= \alpha_1\Delta\varepsilon_z^e + \alpha_2(\Delta\varepsilon_r^e + \Delta\varepsilon_\theta^e) \\ \Delta\sigma_r &= \alpha_1\Delta\varepsilon_r^e + \alpha_2(\Delta\varepsilon_z^e + \Delta\varepsilon_\theta^e) \\ \Delta\sigma_\theta &= \alpha_1\Delta\varepsilon_\theta^e + \alpha_2(\Delta\varepsilon_r^e + \Delta\varepsilon_z^e)\end{aligned}\tag{2 - 1}$$

Dónde  $\alpha_1 = K + \frac{4}{3}G$  y  $\alpha_2 = K - \frac{2}{3}G$

La función de cedencia y la función de potencial plástico se definen según el criterio de Mohr-Coulomb, según la ecuación (2 - 2) y la ecuación (2 - 3), respectivamente:

$$f^{s1} = -\sigma_z + \sigma_r N_\varphi + 2c \sqrt{N_\varphi}\tag{2 - 2}$$

$$g^{s1} = -\sigma_z + \sigma_r N_\psi\tag{2 - 3}$$

Dónde  $N_\varphi = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$  y  $N_\psi = \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi}$

Dado que la prueba a modelar es axisimétrica, es decir, el núcleo es simétrico en el plano horizontal, se asume que  $\sigma_r = \sigma_\theta$  y  $\Delta\sigma_r = \Delta\sigma_\theta = 0$ . Cuando la ecuación (2 - 2) se hace 0 y teniendo en cuenta que  $\sigma_r$  es constante para todas las pruebas se puede cuantificar el esfuerzo en dirección axial para el cuál inicia la plasticidad, ecuación (2 - 4):

$$\sigma_z = \sigma_r N_\varphi + 2c' \sqrt{N_\varphi}\tag{2 - 4}$$

### 2.3.1.1 Modelamiento de la región elástica

A partir de la ecuación (2 - 1) correspondiente a  $\Delta\sigma_r$  y dado que  $\Delta\sigma_r$  es igual a 0, se puede concluir que:

$$\Delta\varepsilon_r^e = \frac{-\lambda}{2G + 2\lambda} \Delta\varepsilon_z^e \quad (2 - 5)$$

Y por lo tanto, a partir de la ecuación (2 - 1)

$$\Delta\varepsilon_v^e = \frac{2G}{2G + 2\lambda} \Delta\varepsilon_z^e \quad (2 - 6)$$

Al reemplazar el valor de  $\Delta\varepsilon_r^e$  (ecuación (2 - 5)) en la ecuación correspondiente al  $\Delta\sigma_z$ , (ecuación (2 - 1)), se obtiene que:

$$\Delta\sigma_z = E \varepsilon_z^e \quad (2 - 7)$$

### 2.3.1.2 Modelamiento de la región plástica

A partir de la definición de la regla de flujo  $\Delta\varepsilon_i^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_i}$  y definiendo que  $\Delta\varepsilon_i^e = \Delta\varepsilon_i - \Delta\varepsilon_i^p$ , la ecuación (2 - 1) se puede reescribir así:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_z &= \alpha_1(\Delta\varepsilon_z) + \alpha_2(2\Delta\varepsilon_r) + 2\lambda(\alpha_1 - \alpha_2 N_\psi) \\ \Delta\sigma_r &= \alpha_1(\Delta\varepsilon_r) + \alpha_2(\Delta\varepsilon_z + \Delta\varepsilon_r) - \lambda(\alpha_1 N_\psi + \alpha_2(-2 + N_\psi)) \end{aligned} \quad (2 - 8)$$

A partir de la ecuación (2 - 8) y partiendo que  $\Delta\sigma_r = 0$  se puede obtener que:

$$\Delta\varepsilon_z^p = -2\lambda \quad (2 - 9)$$

$$\Delta\varepsilon_r^p = \lambda N_\psi \quad (2 - 10)$$

Al utilizar estos valores de deformación plástica y partiendo de  $\Delta\varepsilon_i^e = \Delta\varepsilon_i - \Delta\varepsilon_i^p$  se pueden deducir las ecuaciones que permitan obtener el estado de las deformaciones a cualquier punto o estado de carga, de tal forma que:

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_z &= \alpha_1(\Delta\varepsilon_z) + \alpha_2(2\Delta\varepsilon_r) - 2\lambda(\alpha_1 - \alpha_2 N_\psi) \\ \Delta\sigma_r &= \alpha_1(\Delta\varepsilon_r) + \alpha_2(\Delta\varepsilon_z + \Delta\varepsilon_r) - \lambda(\alpha_1 N_\psi + \alpha_2(-2 + N_\psi))\end{aligned}\quad (2 - 11)$$

### 2.3.1.3 Obtención de las propiedades mecánicas movilizadas

Las propiedades movilizadas hacen referencia al cambio y/o evolución que sufren las propiedades mecánicas de la roca en la región plástica, y su desarrollo a partir de las deformaciones plásticas.

Cuando el material alcanza el punto de cedencia, la superficie de cedencia varía de manera que se cumpla que:

$$0 = -(\sigma_z + \Delta\sigma_z) + \sigma_r N_\varphi + 2c\sqrt{N_\varphi} \quad (2 - 12)$$

A partir de la ecuación (2 - 11) la relación de dilatación  $N_\psi$  se puede determinar así:

$$N_\psi = \frac{\Delta\varepsilon_v - \Delta\varepsilon_v^e}{2\lambda} + 1 = 1 - \frac{\Delta\varepsilon_v^p}{\Delta\varepsilon_z^p} \quad (2 - 13)$$

Considerando la teoría de *frictional hardening – cohesion softening* (Vermeer, 1998) se cambia el valor de  $N_\varphi$  durante el *hardening* y  $c'$  durante el *softening*.

A partir de las ecuaciones (2 - 12) y (2 - 13) es posible modelar el comportamiento elástico-plástico para un caso en el cual la superficie de cedencia no varíe. En caso contrario se debe formular una nueva función de cedencia (Jafarpour et al., 2012) que cumpla que:

$$0 = -(\sigma_z + \Delta\sigma_z) + \sigma_r N_\varphi + 2c'\sqrt{N_\varphi} \quad (2 - 14)$$

### 2.3.1.4 Parámetro de hardening – softening

Este parámetro acumula todo el estado de las deformaciones plásticas en las tres (3) direcciones (axial, radial y tangencial), y permite cuantificar el efecto de cada una de estas deformaciones en las diferentes propiedades del material (Jafarpour et al., 2012).

$$\Delta \varepsilon^{ps} = \sqrt{\frac{1}{2}(\Delta \varepsilon_1^{ps} - \Delta \varepsilon_m^{ps})^2 + \frac{1}{2}(\Delta \varepsilon_2^{ps} - \Delta \varepsilon_m^{ps})^2 + \frac{1}{2}(\Delta \varepsilon_3^{ps} - \Delta \varepsilon_m^{ps})^2} \quad (2 - 15)$$

Dónde:  $\Delta \varepsilon_m^{ps} = \frac{1}{3}(\Delta \varepsilon_1^{ps} + 2\Delta \varepsilon_3^{ps})$

## 2.4 Efecto de la temperatura en el comportamiento mecánico en la región plástica

Generalmente en la industria petrolera, el análisis de las propiedades mecánicas de la roca se realiza hasta el punto de cedencia del material, esto se debe principalmente a que los yacimientos de hidrocarburos convencionales tienden a estar asociados a rocas duras y frágiles. En los últimos años se ha entendido que las rocas asociadas a los yacimientos de crudo pesado tienen un comportamiento mecánico diferente (dúctil/plástico), y que al ser sometidos a procesos de producción e inyección de calor, estas se comportan de forma dúctil, lo que implica un cambio de las propiedades mecánicas de la roca en la región plástica (Hueckel et al., 1994; Walton, Hedayat, Kim, & Labrie, 2017). Modelar apropiadamente el comportamiento de las propiedades mecánicas de la roca asociado a cambios de temperatura y presión, permite realizar análisis mecánicos mucho más precisos antes, durante y después de procesos de recobro térmico.

El análisis del comportamiento de las propiedades mecánicas en la región plástica se realiza a partir del modelamiento matemático de una prueba triaxial. El uso de este modelo permite cuantificar el comportamiento de las propiedades mecánicas en la región plástica, y a través de esta cuantificación comprender y explicar la contracción y/o expansión de la superficie de cedencia.



El análisis se realiza a partir de la teoría de *frictional hardening* y *cohesional softening* (Vermeer, 1998), la cual afirma que durante la deformación tipo *hardening*, la cohesión de la roca se mantiene constante y el ángulo de fricción aumenta, mientras que durante la deformación tipo *softening*, la cohesión disminuye y el ángulo de fricción interna se mantiene constante. Esta teoría ha sido usada para el modelamiento del comportamiento mecánico de yacimientos de hidrocarburos y en múltiples artículos e investigaciones se ha verificado probado su utilidad y aplicabilidad (Jafarpour et al., 2012; Li et al., 2016; A Nouri, Kuru, & Vaziri, 2007; Pourhosseini & Shabanimashcool, 2014; K. Zhang et al., 2013; P. Zhang et al., 2015).

A continuación se presentan los resultados que muestran el comportamiento de las diferentes propiedades mecánicas de la roca en la región plástica a diferentes temperaturas y esfuerzos de confinamiento.

#### **2.4.1.1 Esfuerzo de confinamiento de 8.2 MPa**

La Figura 2 - 12 muestra el comportamiento del ángulo de fricción interna con la deformación plástica para diferentes temperaturas. El ángulo de fricción interna aumenta a medida que el material sufre una deformación de tipo *hardening*, esto se debe principalmente a la reorganización de los granos del material a medida que se aumenta el esfuerzo. El incremento en el ángulo de fricción interna promueve al aumento en la resistencia del material y dado que no hay un pico en las curvas de esfuerzo – deformación axial, la resistencia final del material será mucho mayor a la resistencia inicial del mismo, lo que confirma el comportamiento tipo *hardening* del material. También se observa que la deformación plástica aumenta con la temperatura hasta que la temperatura alcanza los 180°C, para luego exhibir una deformación plástica menor, lo cual muestra un cambio de comportamiento entre 120 y 180°C como se ha mencionado en las secciones anteriores.

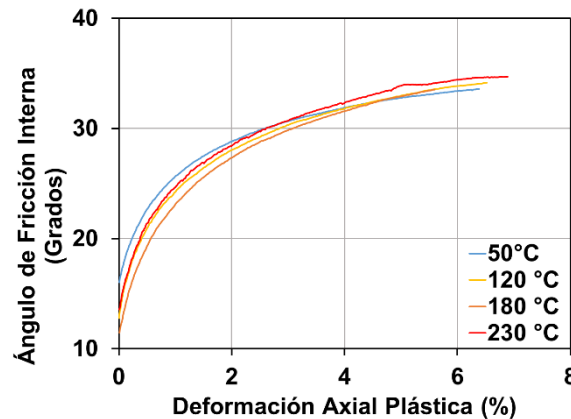


Figura 2 - 12. Comportamiento del ángulo de fricción interna en la región plástica para esfuerzo de confinamiento de 8.2 MPa.

La Figura 2 - 13 presenta el comportamiento del ángulo de dilatación respecto a la deformación plástica en función de la temperatura. En primer lugar, la deformación plástica aumenta con la temperatura, esto sucede hasta que la temperatura alcanza los 180°C, posterior a esto el material tiene una deformación plástica menor. En segundo lugar, se reporta para todo el rango de deformación axial plástica y temperatura, ángulos de dilatación negativos, esto sucede cuando se tienen materiales bajo altos esfuerzos de confinamiento y que indica una reducción en el volumen de la muestra, es decir, la muestra se comprime a medida que el esfuerzo axial aumenta. También se puede observar que a menor temperatura, menor ángulo de dilatación y a mayor temperatura mayores tasas de movilización, es decir, se presenta un mayor cambio de ángulo de dilatación respecto a la deformación axial plástica.

La Figura 2 - 14 presenta el comportamiento de la resistencia a la compresión confinada (CCS). La CCS es calculada a partir de la raíz cuadrada de la relación friccional y la cohesión (Fjaer et al., 2008). Dado que el ángulo de fricción interna aumenta y la cohesión se mantiene constante la CCS debe aumentar. Los resultados evidencian que a medida que la deformación plástica aumenta la resistencia de la roca también lo hace, que es lo esperado en un material que presenta una deformación tipo *hardening*. Sin embargo, se observa que a medida que la temperatura aumenta, el CCS del material disminuye, lo cual es contrario al comportamiento mostrado por el ángulo de fricción interna (a mayor temperatura mayor ángulo de fricción interna movilizadas), esto se debe principalmente al

efecto de la cohesión inicial del material, la cual como se mostró en la sección 2.2, es mayor a bajas temperaturas.

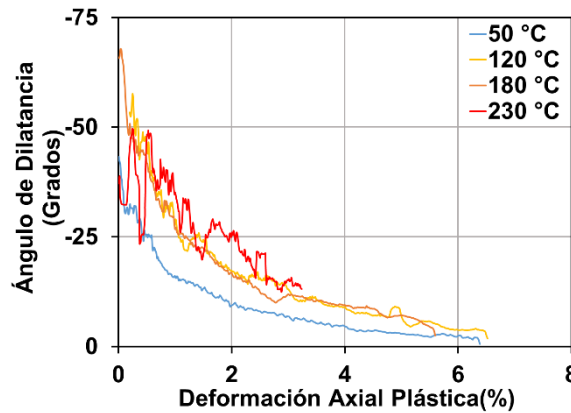


Figura 2 - 13. Comportamiento del ángulo de dilatancia en la región plástica para esfuerzo de confinamiento de 8.2 MPa.

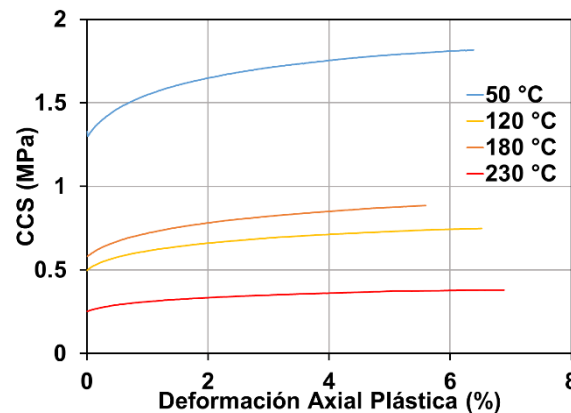


Figura 2 - 14. Efecto de la temperatura en el comportamiento de la CCS en la región plástica a esfuerzo de confinamiento de 8.2 MPa.

#### 2.4.1.2 Esfuerzo de confinamiento de 4.0 MPa

La Figura 2 - 15 muestra el comportamiento del ángulo de fricción interna en la región plástica en función de la temperatura. La prueba a 180°C presenta la mayor tasa de movilización, es decir, es la prueba en la cual el ángulo de fricción interna incrementa con mayor rapidez respecto a la deformación axial plástica. Los resultados de las cuatro pruebas a esfuerzo de confinamiento de 4 MPa, manifiestan magnitudes del ángulo de fricción interna muy similares y en algunos casos las gráficas se superponen, lo cual

confirma que las diferencias en el comportamiento esfuerzo – deformación de la roca están dadas principalmente por la resistencia (cohesión, ángulo de fricción interna) inicial del material.

La Figura 2 - 16 muestra el comportamiento de la CCS con la deformación axial plástica en función de la temperatura. La resistencia a la compresión de la roca aumenta al aumentar la deformación axial plástica, lo cual es una consecuencia directa del incremento en el ángulo de fricción interna (Fjaer et al., 2008). Adicional, se observa una gran diferencia entre la evolución de las CCS, y dado que la magnitud del ángulo de fricción interna para cada prueba es similar, esta diferencia se atribuye a la cohesión inicial de cada una de las muestras, la cual disminuye a medida que la temperatura aumenta.

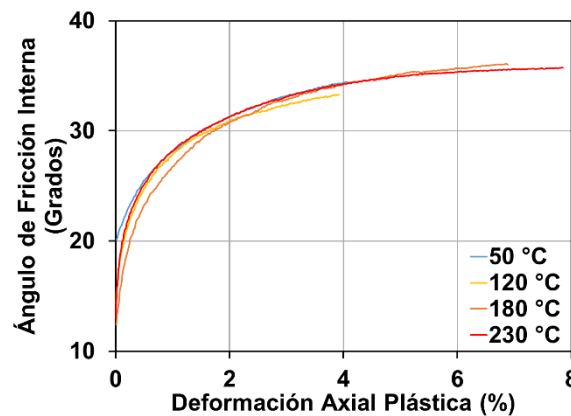


Figura 2 - 15. Efecto de la temperatura en el comportamiento del ángulo de fricción interna en la región plástica para esfuerzo de confinamiento de 4.0 MPa.

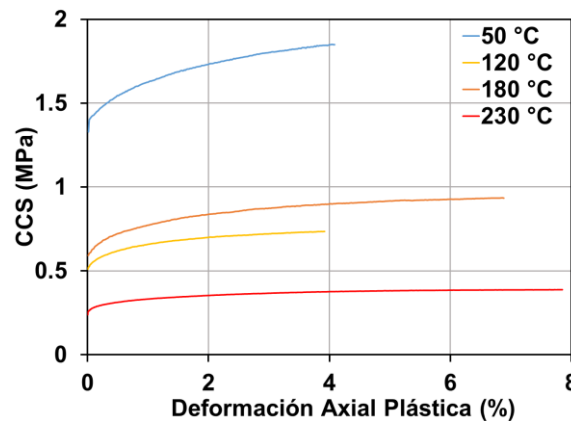


Figura 2 - 16. Efecto de la temperatura en el comportamiento de la CCS en la región plástica a esfuerzo de confinamiento de 4.0 MPa.

#### 2.4.1.3 Esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa

La Figura 2 - 17 muestra el comportamiento del ángulo de fricción interna en la región plástica para un esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa. Al aumentar la temperatura mayor es el cambio en el ángulo de fricción interna, a excepción de la prueba a 180°C la cual muestra un incremento ligeramente menor a las demás pruebas.

Las pruebas a 120 y 230°C son las que mayor tasa de movilización presentan, lo cual difiere con el comportamiento señalado en otros estados de confinamiento, esto puede asociarse al bajo estado de confinamiento, el cual permite mayores cambios en la estructura interna del material. Adicional, se evidencia para todos los niveles de temperatura evaluados, una zona en la cual el ángulo de fricción interna se mantiene constante a medida que aumenta la deformación axial plástica. Dicho comportamiento está asociado con el inicio de la deformación tipo *softening*, la cual según la teoría asumida está dominada netamente por la disminución en la cohesión del material (Fjaer et al., 2008).

La Figura 2 - 18 muestra el comportamiento del ángulo de dilatancia con la deformación axial plástica. En general, se observa un ángulo de dilatancia positivo, lo cual implica que el material aumenta su volumen a medida que aumenta el esfuerzo compresivo. También, el ángulo de dilatancia para las muestras sometidas a 50 y 180°C disminuye progresivamente, mientras para la prueba a 120°C primero se tiene un aumento brusco, y posteriormente comienza a decrecer.

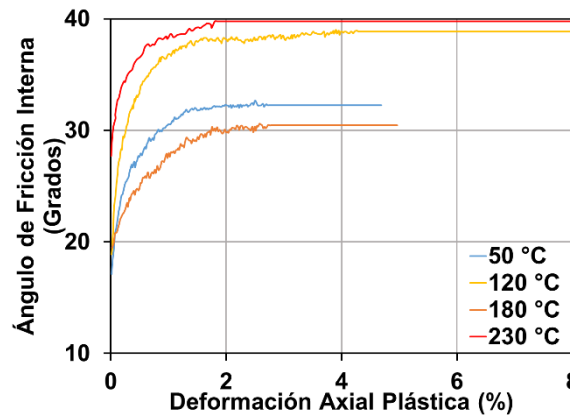


Figura 2 - 17. Efecto de la temperatura en el comportamiento del ángulo de fricción interna en la región plástica a esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa.

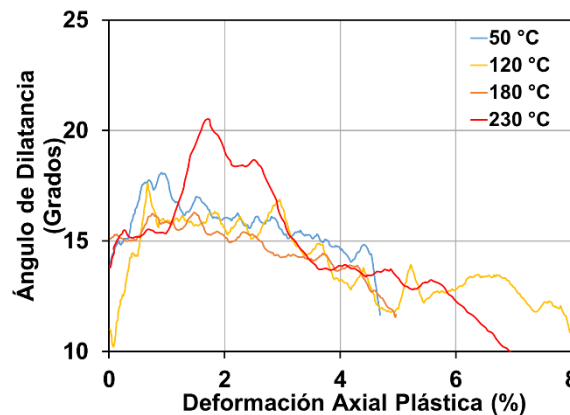


Figura 2 - 18. Efecto de la temperatura en el comportamiento del ángulo de dilatación en la región plástica a esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa.

La Figura 2 - 19 muestra el comportamiento de la cohesión en la región plástica. Inicialmente, se observa una región en la cual la cohesión se mantiene constante al aumentar la deformación axial plástica, esto se debe a que en este intervalo se presenta una deformación tipo *hardening*, la cual está controlada por el ángulo de fricción interna. También se observa que la magnitud de la cohesión disminuye levemente para cada una de las pruebas, excepto para la prueba a 180°C, la cual muestra una alta tasa de movilización.

La Figura 2 - 20 muestra el comportamiento de la CCS con la deformación axial plástica. Para las cuatro pruebas se presenta un aumento en la magnitud de la CCS mientras la muestra experimenta una deformación tipo *hardening* y una disminución mientras la muestra presenta una deformación tipo *softening*, lo cual está de acuerdo con lo esperado, es decir, una mayor resistencia a la compresión si el material se endurece y una menor resistencia a la compresión si el material se debilita.

Durante las pruebas a 120 y 180°C se observa que la CCS tiene un comportamiento similar tanto en forma como en valores, lo que implica que para estas dos temperaturas el material presenta una resistencia a la compresión similar llevando a que el material pueda soportar los mismos procesos de carga en la región plástica.

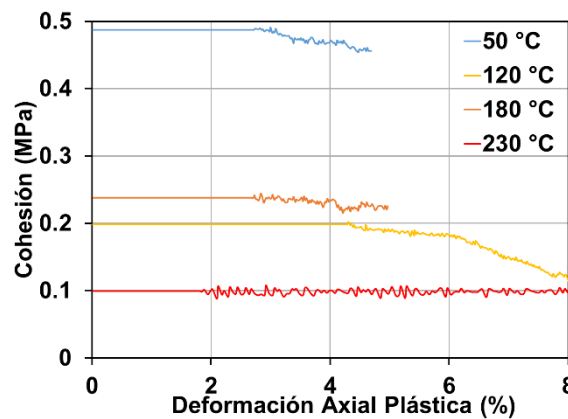


Figura 2 - 19. Efecto de la temperatura en el comportamiento de la cohesión en la región plástica a esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa.

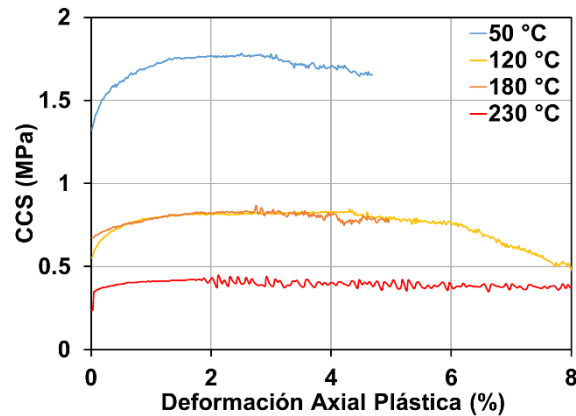


Figura 2 - 20. Efecto de la temperatura en el comportamiento de la CCS en la región plástica a esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa.

Al obtener el comportamiento de las propiedades mecánicas de la roca en la región plástica a diferentes temperaturas y esfuerzos de confinamiento, es posible determinar y describir la envolvente de cedencia del material bajo diferentes condiciones, y por ende es posible hallar y/o predecir el comportamiento esfuerzo – deformación que va a tener dicho material o medio cuando es sometido a procesos de producción e inyección de fluidos o lo que es lo mismo, a procesos de modificación de su estado de esfuerzos. La obtención de las curvas de esfuerzo – deformación del material a partir de dos modelos constitutivos, será presentada en la siguiente sección.



### 3. Modelamiento Termo Elastoplástico del Comportamiento Esfuerzo – Deformación

En este capítulo se presentan los resultados del modelamiento del comportamiento esfuerzo – deformación para una muestra de roca típica de yacimientos de crudo pesado mediante el uso de dos modelos constitutivos, el modelo constitutivo de Mohr – Coulomb (M-C) y el modelo constitutivo de Cam Clay modificado (MCC). Este modelamiento se realiza con el fin de comparar y de observar la capacidad de estos modelos constitutivos para reproducir los comportamientos esfuerzo – deformación axial y deformación volumétrica – deformación axial en arenas poco consolidadas obtenidas a partir de pruebas de compresión triaxial drenadas.

A continuación se presentan los parámetros obtenidos para cada uno de los modelos constitutivos y posteriormente los resultados de esfuerzo – deformación obtenidos para cada caso.

#### 3.1 Modelo constitutivo Mohr – Coulomb

El modelo constitutivo de Mohr – Coulomb es un modelo lineal elástico – perfectamente plástico (Sandhya Rani, Nagendra Prasad & Sai Krishna, 2014), el cual es generalmente adoptado para el modelamiento de rocas duras y frágiles. Para el modelamiento de rocas blandas y dúctiles, propias de yacimientos de crudo pesado, se realiza una modificación al modelo clásico de Mohr – Coulomb, la cual permite modelar comportamientos tipo *strain – hardening* y *strain – softening* mediante la expansión o contracción de la superficie de cedencia. Adicional, se requiere una regla de flujo no asociada, la cual permite reproducir de forma más precisa los cambios volumétricos que experimentan este tipo de materiales, medios porosos poco consolidados, durante procesos de compresión (Jafarpour et al., 2012; Pourhosseini & Shabanimashcool, 2014).

El modelo constitutivo de Mohr - Coulomb requiere de cinco (5) parámetros, la cohesión, el ángulo de fricción interna, el ángulo de dilatancia, el módulo de Young y el módulo Bulk. Los valores para estos parámetros fueron presentados en las secciones 2.2 y en las Tabla

3 - 1 y Tabla 3 - 2 se presenta la consolidación de sus valores para cada una de las pruebas.

Tabla 3 - 1. Módulos elásticos obtenidos a partir de la interpretación de pruebas triaxiales para diferentes esfuerzos de confinamiento y diferentes temperaturas.

$\sigma_c$ (MPa)	T (°C)	Modulo de Young (MPa)	Modulo Bulk (MPa)
8.2	50	1180	2526
	120	814	2400
	180	1063	2587
	230	811	3071
4	50	1090	2338
	120	637	1300
	180	789	1968
	230	611	2021
0.4	50	435	817
	120	254	768
	180	394	985
	230	160	1360

Tabla 3 - 2. Parámetros de resistencia de Mohr - Coulomb para diferentes temperaturas.

T (°C)	Cohesión (MPa)	Ángulo de fricción interna (°)
50	0.487	17.5
120	0.198	12.5
180	0.237	13.4
230	0.099	10.3

Para la definición del proceso de expansión y contracción de la superficie de cedencia, se realiza una regresión (lineal, polinomial o logarítmica) a cada una de las propiedades mecánicas movilizadas, ángulo de fricción interna y cohesión, al igual que para el ángulo de dilatación, y establecer por lo tanto la descripción del comportamiento de la deformación volumétrica del material posterior al punto de cedencia. La Tabla 3 - 3 presenta las expresiones definidas para el modelamiento de la región plástica en la curva esfuerzo – deformación con el modelo constitutivo de Mohr - Coulomb.

Tabla 3 - 3. Correlaciones obtenidas para las propiedades mecánicas en la región plástica a diferentes condiciones de temperatura y esfuerzo de confinamiento.

$\sigma_c$ (MPa)	T (°C)	Ángulo de fricción interna	Ángulo de dilatancia	Cohesión
8.2	50	$\varphi=3.78\ln(\varepsilon_{pz})+43.76$	$\Psi=8.19\ln(\varepsilon_{pz})+21.45$	-
	120	$\varphi=4.99\ln(\varepsilon_{pz})+47.17$	$\Psi=13.34\ln(\varepsilon_{pz})+34.06$	-
	180	$\varphi=4.33\ln(\varepsilon_{pz})+45.33$	$\Psi=15.24\ln(\varepsilon_{pz})+40.17$	-
	230	$\varphi=4.54\ln(\varepsilon_{pz})+46.63$	$\Psi=5.75\ln(\varepsilon_{pz})-1.65$	-
4	50	$\varphi=3.54\ln(\varepsilon_{pz})+45.13$	-	-
	120	$\varphi=4.70\ln(\varepsilon_{pz})+49.01$	-	-
	180	$\varphi=3.67\ln(\varepsilon_{pz})+44.98$	-	-
	230	$\varphi=3.70\ln(\varepsilon_{pz})+45.68$	-	-
0.4	50	$\varphi=2.68\ln(\varepsilon_{pz})+41.84$	$\Psi=-54.86 \varepsilon_{pz}+16.95$	$c' = -29.95\varepsilon_{pz}^2+0.78\varepsilon_{pz}+0.48$
	120	$\varphi=2.50\ln(\varepsilon_{pz})+38.95$	$\Psi=-70.44 \varepsilon_{pz}+16.34$	$c' = -25.56\varepsilon_{pz}^2+1.22\varepsilon_{pz}+0.19$
	180	$\varphi=2.63\ln(\varepsilon_{pz})+46.87$	$\Psi=-40.46 \varepsilon_{pz}+15.42$	$c' = -13.48\varepsilon_{pz}^2+0.36\varepsilon_{pz}+0.24$
	230	$\varphi=1.61\ln(\varepsilon_{pz})+44.82$	$\Psi=-109.33 \varepsilon_{pz}-18.20$	$c' = 0.65\varepsilon_{pz}^2-0.06 \varepsilon_{pz} +0.10$

Con el fin de obtener las curvas esfuerzo – deformación a partir del modelo constitutivo de Mohr – Coulomb, se desarrolla un algoritmo de retorno, el cual permite obtener el estado de esfuerzos del material a una deformación dada. La Figura 3 - 1 muestra el flujo de trabajo utilizado para este desarrollo.

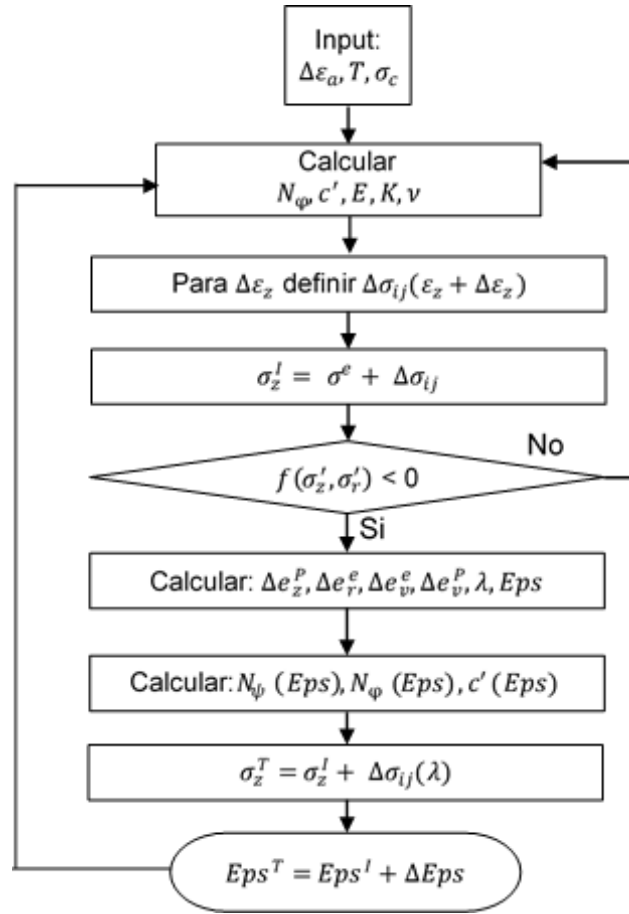


Figura 3 - 1. Flujo de trabajo para el algoritmo de retorno utilizando el modelo constitutivo de Mohr – Coulomb.

Inicialmente, se obtienen los valores de los módulos elásticos y los parámetros mecánicos en la región elástica, a una temperatura y un esfuerzo de confinamiento dado con las correlaciones obtenidas en la sección 3.1.

A partir de la ecuación ((3 - 1) se calcula la deformación axial teórica del material,

$$\Delta \varepsilon_z^e = \frac{-\sigma_z + \sigma_r N_\phi + 2c' \sqrt{N_\phi}}{\alpha_1 - \frac{2\alpha_2^2}{\alpha_1 + \alpha_2}} \quad (3 - 1)$$

Posteriormente se realiza una comparación entre la deformación axial calculada y la deformación axial supuesta. Si se verifica que  $\Delta \varepsilon_z^e > \Delta \varepsilon_{zsup}^e$ , la deformación axial del

material en la región elástica estará dada por la deformación supuesta; de lo contrario, la deformación estará dada por el cálculo obtenido de la ecuación ((3 - 1). La deformación final será denotada como  $\Delta\varepsilon_z^{e*}$ .

Posteriormente se calcula la deformación axial plástica, Ecuación ((3 - 2),

$$\Delta\varepsilon_z^p = \Delta\varepsilon_{zsup}^e - \Delta\varepsilon_z^{e*} \quad (3 - 2)$$

Con la deformación axial plástica se halla el multiplicador plástico, Ecuación (3 - 3),

$$\lambda = 0.5 * \Delta\varepsilon_z^p \quad (3 - 3)$$

Las deformaciones radiales, elástica y plástica, se calculan con la Ecuación (3 - 4) y Ecuación (3 - 5), respectivamente.

$$\Delta\varepsilon_r^e = \frac{-\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \Delta\varepsilon_z^{e*} \quad (3 - 4)$$

$$\Delta\varepsilon_r^p = \frac{-\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \Delta\varepsilon_z^p + \lambda \left[ N_\psi - \frac{2\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \right] \quad (3 - 5)$$

El incremento de los esfuerzos axial y radial en la región elástica, se calculan con las ecuaciones (3 - 6) y (3 - 7), respectivamente.

$$\Delta\sigma_z^e = \alpha_1 \Delta\varepsilon_z^{e*} + 2\alpha_2 \Delta\varepsilon_r^e \quad (3 - 6)$$

$$\Delta\sigma_r^e = (\alpha_1 + \alpha_2) \Delta\varepsilon_r^e + \alpha_2 \Delta\varepsilon_z^{e*} \quad (3 - 7)$$

Los incrementos en los esfuerzos axial y radial en la región plástica se calculan con las ecuaciones (3 - 8) y (3 - 9), respectivamente.

$$\Delta\sigma_z^p = \alpha_1 \Delta\varepsilon_z^p + 2\alpha_2 \Delta\varepsilon_r^p + 2\lambda(\alpha_1 - \alpha_2 N_\psi) \quad (3 - 8)$$

$$\Delta\sigma_r^p = (\alpha_1 + \alpha_2) \Delta\varepsilon_r^p + \alpha_2 \Delta\varepsilon_z^p + \lambda(2\alpha_2 - (\alpha_1 + \alpha_2) N_\psi) \quad (3 - 9)$$

Finalmente, los esfuerzos totales axial y radial se calculan a partir del valor inicial de esfuerzo y de los incrementos en los esfuerzos tanto en la región elástica como en la región plástica.

### 3.2 Modelo constitutivo Cam Clay Modificado

De forma similar a lo planteado para el modelo de Mohr – Coulomb, el modelo constitutivo de Cam Clay Modificado (MCC) requiere de seis (6) parámetros que pueden obtenerse a partir de pruebas triaxiales y pruebas de consolidación isotrópica. La Tabla 3 - 4 presenta la síntesis de las propiedades obtenidas a partir de las pruebas de consolidación (ver Anexo 1), requeridas para modelar el comportamiento esfuerzo – deformación del material evaluado con el modelo constitutivo MCC.

Tabla 3 - 4. Parámetros de modelamiento para el modelo MCC obtenidos a partir de pruebas de consolidación isotrópica.

<b>T (°C)</b>	<b><math>\lambda</math></b>	<b><math>\kappa</math></b>	<b>N</b>
50	0.0146	0.0008	1.485
120	0.0201	0.00008	1.497
180	0.0171	0.0045	1.495
230	0.033	0.0003	1.545

Se obtiene el ángulo de fricción interna en el estado crítico y el parámetro  $M$ , (Tabla 3 - 5) para el modelamiento del comportamiento esfuerzo – deformación a diferentes temperaturas. Este parámetro se obtiene a partir de la construcción de las envolventes de falla en el espacio  $\sigma_1$ - $\sigma_3$  (ver Anexo 1e).

Tabla 3 - 5. Parámetros de modelamiento para el modelo MCC obtenidos a partir de pruebas de compresión triaxial.

<b>T (°C)</b>	<b>Ángulo de fricción interna en el estado crítico (°)</b>	<b><math>M</math></b>
50	33.83	1.367
120	34.19	1.383
180	33.77	1.365
230	35.10	1.423

### **3.3 Comparación de las curvas esfuerzo – deformación utilizando los modelos constitutivos de Mohr – Coulomb y Cam Clay Modificado**

A continuación se presentan los resultados de modelamiento del comportamiento esfuerzo – deformación usando los modelos constitutivos de Mohr – Coulomb (M-C) y de Cam Clay Modificado (MCC). El modelamiento se realiza utilizando los parámetros mostrados en la sección anterior. Adicionalmente, se realiza la comparación de estos resultados, con los obtenidos a partir de las pruebas de compresión triaxial.

La Figura 3 - 2, la Figura 3 - 3, la Figura 3 - 4, la Figura 3 - 5 presentan el comportamiento esfuerzo – deformación obtenido a partir de pruebas de compresión triaxial (líneas punteadas) y a partir del modelamiento con dos modelos constitutivos diferentes (Mohr – Coulomb y Cam Clay Modificado) (líneas continuas) para una temperatura de 50, 120, 180 y 230°C y un esfuerzo de confinamiento de 8.2, 4.0 y 0.4 MPa.

En los resultados obtenidos para 8.2 MPa, se observa que el comportamiento en la región elástica de los modelos constitutivos de M-C y de MCC es muy similar al comportamiento mostrado por la prueba experimental. Posterior al punto de cedencia, se observa una clara separación entre la curva obtenida a partir de M-C (línea continua azul clara) y la obtenida a partir de MCC (línea continua azul oscura). La curva de MCC está por encima de la curva experimental, lo que indica que con este modelo se estaría subestimando la deformación axial del material a un nivel de esfuerzos, mientras que la curva de M-C está ligeramente por debajo de la experimental, lo que indicaría una sobreestimación de la deformación del material.

Es importante resaltar que las curvas del MCC presentan una sección horizontal o de pendiente cero, la cual se debe a que este modelo es un modelo basado en la teoría de falla en el estado crítico, lo que implica que el material pierde su capacidad de carga a un nivel de deformación axial, y por ende a partir de este punto el material se deforma continuamente sin aumento en el nivel de esfuerzos.

Se observa que inicialmente los dos modelos sobreestiman la deformación volumétrica del material, posterior a cierto punto de deformación axial el modelo MCC subestima la deformación volumétrica y al igual que en la curva esfuerzo – deformación, alcanza una parte horizontal o de pendiente cero.

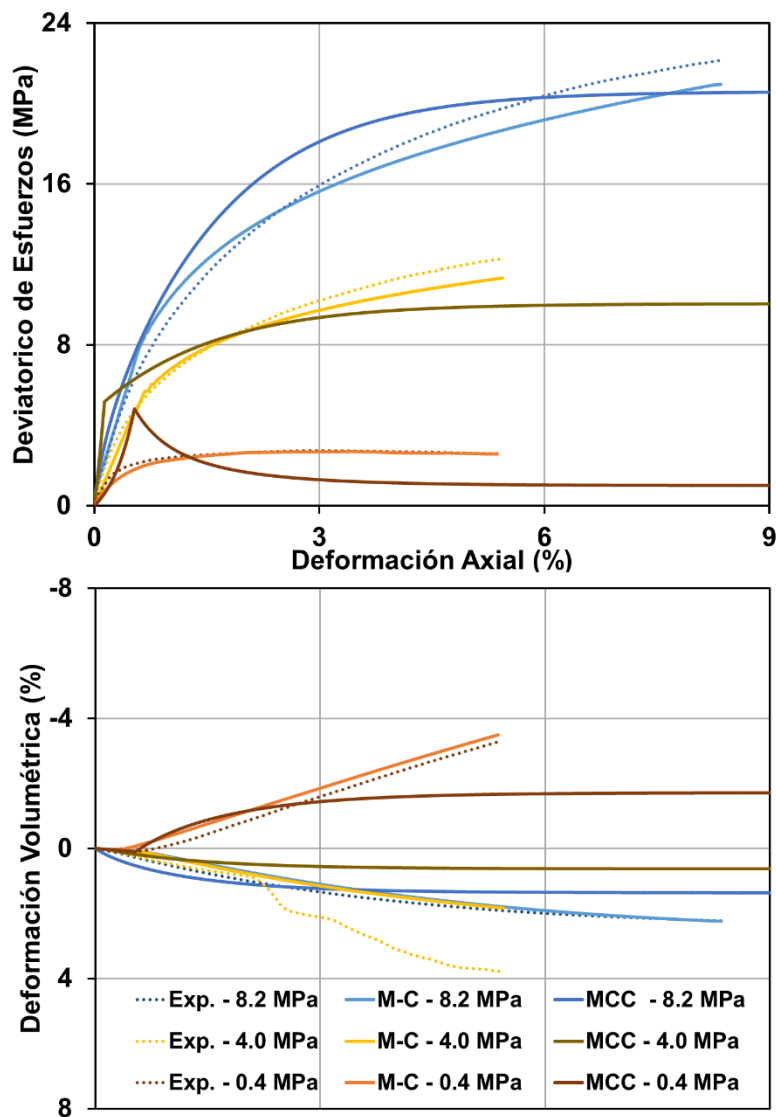


Figura 3 - 2. Comparación de la curva esfuerzo – deformación experimental con las generadas con los modelos M-C y MCC a 50°C y esfuerzo de confinamiento de 8.2, 4.0 y 0.4 MPa.



La Tabla 3 - 6 presenta los errores relativos entre los modelos constitutivos evaluados y los datos de las pruebas experimentales para la prueba realiza a 50°C y 8.2 MPa. El modelo constitutivo M-C presenta un muy buen ajuste tanto en la región elástica como en la región plástica para el deviatórico de esfuerzos ( $q$ ), mientras que para la deformación volumétrica ( $\epsilon_v$ ) el modelo M-C presenta una gran diferencia en la región elástica, pero dicha diferencia se reduce a medida que el nivel de deformación axial ( $\epsilon_a$ ) aumenta. Por otra parte, el modelo MCC presenta un porcentaje de error mayor en cada una de las deformaciones evaluadas en cuestión de deviatórico de esfuerzos, y para la deformación volumétrica muestra un porcentaje de error muy elevado en todo el rango de deformación axial.

Tabla 3 - 6. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 50°C y 8.2 MPa.

<b>T = 50°C - <math>\sigma'_c</math> = 8.2 MPa</b>				
	<b>M-C</b>		<b>MCC</b>	
	<b>Error cuadrado medio (<math>q</math>) %</b>	<b>Error cuadrado medio (<math>\epsilon_v</math>) %</b>	<b>Error cuadrado medio (<math>q</math>) %</b>	<b>Error cuadrado medio (<math>\epsilon_v</math>) %</b>
<b>Región elástica</b>	15.91	66.10	28.48	152.93
<b>Región plástica</b>	5.58	6.25	21.88	96.64
<b>Resultado global</b>	10.01	39.09	18.15	83.12

Este mismo comportamiento respecto al nivel de los errores relativos promedio se presenta para las demás pruebas que se realizaron en esta investigación, las tablas que contienen los errores porcentuales para las once (11) pruebas restantes se presentan en el Anexo 2.

Para un confinamiento de 4.0 MPa se observa que el comportamiento en la región elástica del modelo constitutivo de M-C es muy similar al comportamiento mostrado por la prueba experimental, por el contrario el modelo constitutivo MCC muestra un comportamiento diferente en la región elástica, subestimando el nivel de deformación del material.

Posterior al punto de cedencia, se observa que la curva obtenida a partir de M-C (línea continua amarilla clara) continua representando la deformación del material hasta que tiene

una leve separación a un 2.0% de deformación, a partir de este punto el modelo M-C sobreestima la deformación del núcleo.

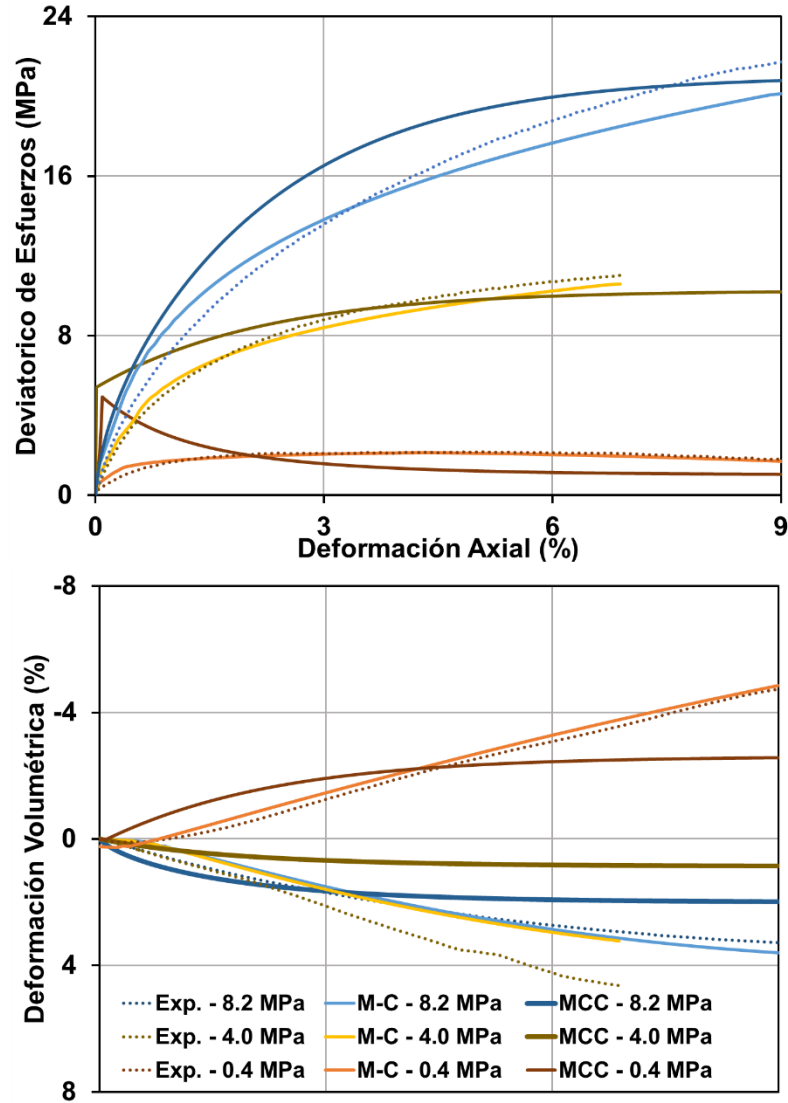


Figura 3 - 3. Comparación de la curva esfuerzo – deformación experimental con las generadas con los modelos M-C y MCC a 120°C y esfuerzo de confinamiento de 8.2, 4.0 y 0.4 MPa.

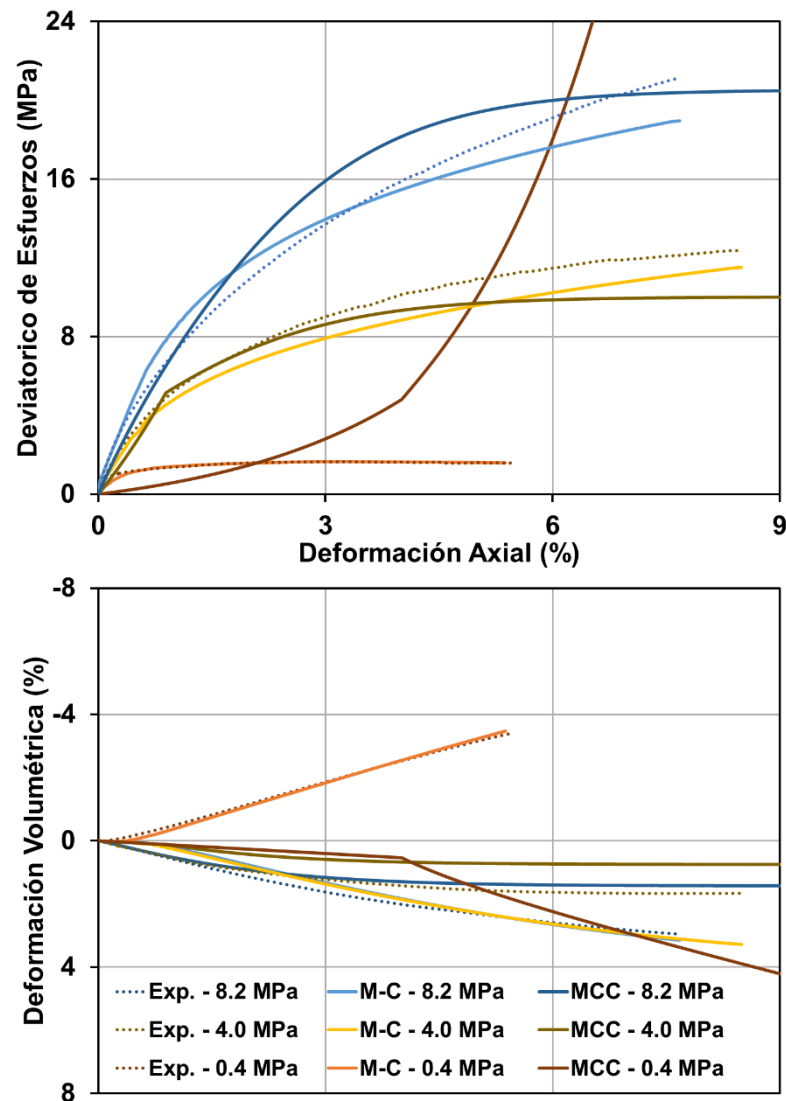


Figura 3 - 4. Comparación de la curva esfuerzo – deformación experimental con las generadas con los modelos M-C y MCC a 180°C y esfuerzo de confinamiento de 8.2, 4.0 y 0.4 MPa.

La curva obtenida con el modelo MCC (línea continua amarilla oscura) (Figura 3 - 2), está por encima de la curva experimental en las deformaciones iniciales, lo que indica que con este modelo se estaría subestimando la deformación axial del material a un nivel bajo de esfuerzos de confinamiento; a partir de una deformación de 2% la curva cambia de tendencia, es decir, pasa a estar por debajo de la curva experimental lo que indica una sobreestimación del nivel de deformación del material.

En las pruebas realizadas a 4.0 MPa de esfuerzo efectivo de confinamiento no es posible llevar a cabo comparaciones a nivel de deformación volumétrica, esto se debe a los problemas técnicos que se presentaron en el desarrollo de la prueba experimental.

Finalmente, para un confinamiento de 0.4 MPa se puede observar que el modelo M-C tiene un comportamiento muy similar al mostrado por la prueba experimental, tanto en la región elástica como en la región plástica, esta similitud se hace mucho más notoria durante la deformación tipo *softening* en la prueba. Respecto a la deformación volumétrica, el modelo M-C muestra una sobreestimación del cambio en el volumen de la muestra a cualquier estado de deformación, lo que indica diferencias entre la dilatación o contracción del material simulado con el material real.

El modelo constitutivo MCC muestra un comportamiento muy distante al presentado por la prueba experimental, inicialmente sobreestima el punto de cedencia del material en el cual alcanza un deviatorico de esfuerzo de 4.5 MPa, y posterior a este presenta una caída abrupta, en la cual alcanza la resistencia residual del material, la cual está muy por debajo de los valores mostrados por la prueba experimental.

En el caso de un esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa a 180°C (Figura 3 - 4) se observa que el modelo MCC tiene un comportamiento muy errático y distante del presentado en la prueba experimental, esta diferencia se debe a los parámetros de modelamiento utilizados, sobre todo al parámetro  $\kappa$ , el cual es de un orden mayor al utilizado para las pruebas de 50 y 120°C. En cuanto al modelo M-C, presenta un muy buen ajuste tanto en la región elástica como en la región plástica, representando de forma correcta las deformaciones tipo hardening y softening del material.

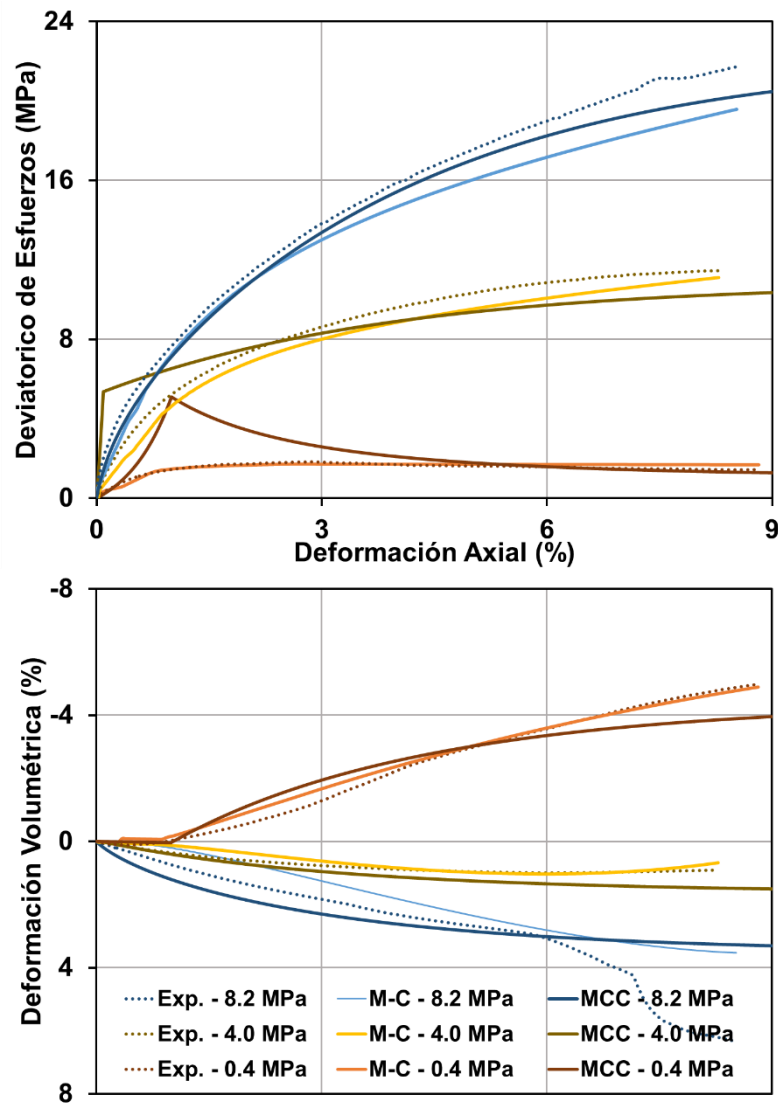


Figura 3 - 5. Comparación de la curva esfuerzo – deformación experimental con las generadas con los modelos M-C y MCC a 230°C y esfuerzo de confinamiento de 8.2, 4.0 y 0.4 MPa.

## 4. Conclusiones y Recomendaciones

### 4.1 Conclusiones

En cuanto a los resultados obtenidos a partir de la interpretación de pruebas de compresión triaxial a diferentes temperaturas se puede concluir que:

- Las propiedades mecánicas del material están altamente influenciadas por cambios en temperatura, tanto en la región elástica como en la región plástica. La magnitud de este efecto está relacionado con la magnitud del esfuerzo de confinamiento del material, el confinamiento más bajo (0.4 MPa) presenta una influencia mucho más notable.
- El módulo de Young presenta una reducción del 31% al aumentar la temperatura de la prueba de 50°C a 230°C y esfuerzos de confinamiento de 4.0 y 8.2 MPa; y el nivel de reducción se duplica, 63%, para igual cambio en la temperatura pero a un bajo esfuerzo de confinamiento, 0.4 MPa. En correspondencia con lo planteado para el módulo de Young, el módulo *Bulk* experimenta un aumento del 21% para esfuerzos de confinamiento de 4.0 y 8.2 MPa, y un aumento del 67% para 0.4 MPa de esfuerzo de confinamiento efectivo.
- En las pruebas realizadas a bajo esfuerzo efectivo de confinamiento (0.4 MPa), los núcleos presentaron deformaciones tipo *hardening* y *softening* y un comportamiento dilatante, mientras que a mayor esfuerzo efectivo de confinamiento, 4.0 y 8.2 MPa, los núcleos presentaron deformaciones tipo *hardening* y un comportamiento contractivo.
- A mayor temperatura, mayor cambio en las propiedades mecánicas del material. En el sector final de las pruebas, los núcleos sometidos a mayor temperatura presentan el mayor ángulo de fricción interna en la región plástica. El aumento del ángulo de fricción interna es en promedio del 200% para las pruebas a 50°C mientras que para las pruebas a 230°C la variación del ángulo de fricción interna es de 220%.

De los resultados obtenidos a partir del modelamiento de pruebas de compresión triaxial usando diferentes modelos constitutivos se concluye que:

- El modelo constitutivo de Mohr – Coulomb, con las modificaciones planteadas en este documento (cambios en la función de cedencia, regla de flujo no asociativa), permite representar el comportamiento esfuerzo – deformación en rocas blandas, propias de yacimientos de crudo pesado. En general se logra un porcentaje de error cuadrado medio del 10% para el deviatórico de esfuerzos.
- Es necesario incluir una regla de flujo no asociada en modelo constitutivo de Mohr – Coulomb con el fin de capturar y representar el comportamiento contractivo y/o dilatante en las formaciones geológicas que constituyen los yacimientos de crudo pesado. Sin embargo, las tablas presentadas en el Anexo 4 muestran que el porcentaje de error en términos de la deformación volumétrica del material es bastante alta (80%), lo que implica que es necesario utilizar otro tipo de modelos constitutivos que representen de forma más precisa el comportamiento dilatante/contractivo del material.
- El modelo constitutivo de Cam Clay Modificado puede representar el comportamiento de rocas blandas a alta condición de esfuerzo de confinamiento, a bajo confinamiento el modelo presenta inconvenientes en el ajuste, sobre todo en la representación de la cedencia del material.
- Para el modelamiento del comportamiento geomecánico de yacimientos de crudos pesado, es fundamental utilizar modelos constitutivos que permitan representar comportamientos elastoplásticos, con el fin de evitar una sobreestimación o una subestimación del comportamiento esfuerzo - deformación de estos yacimientos durante de procesos de recobro térmico, lo que podría generar problemas logísticos, operacionales y ambientales.

## 4.2 Recomendaciones

- En el diseño de los programas de las pruebas triaxiales se recomienda realizar tanto el proceso de carga como de descarga, con el fin de obtener todos los parámetros de modelamiento que requieren los diferentes modelos constitutivos.

- A partir de la cuantificación de las deformaciones elásticas y plásticas del material es posible desarrollar un modelo que permita cuantificar de forma teórica las variaciones que presenta la permeabilidad y compararla con las permeabilidades obtenidas después de los procesos de falla del material.



# Referencias

- Araújo, R. G. S., Sousa, J. L. A. O., & Bloch, M. (1997). Experimental investigation on the influence of temperature on the mechanical properties of reservoir rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34:3-4(298), 1–16. [http://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/S1365-1609\(97\)00065-8](http://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/S1365-1609(97)00065-8)
- Arias Buitrago, J. A. (2015). Efecto de la temperatura en las propiedades mecánicas y petrofísicas de formaciones de crudo pesado. M.Sc Thesis. Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín. Retrieved from <http://www.bdigital.unal.edu.co/54312/1/1053793992.2015.pdf>
- Benzagouta, M. S., & Amro, M. M. (2009). Pressure and temperature effect on petrophysical characteristics: Carbonate reservoir case. In SPE Saudi Arabia Section Technical Symposium and Exhibition. AlKhobar, Saudi Arabia: Society of Petroleum Engineers. <http://doi.org/10.2118/126045-MS>
- Brotons, V., Tomás, R., & Ivorra, S. (2015). Resistencia y deformabilidad de una calcarenita tras someterla a altas temperaturas durante 60 minutos. In CONPAT 2015 (pp. 1–8). Lisboa. <http://doi.org/10.13140/RG.2.1.2638.2565>
- Carvajal, J. M., Andres, Y., Peña, Q., & Carreño, A. M. (2014). Effect of temperature in the rock mechanics behavior. In *Rock Mechanics for Natural Resources and Infrastructure*. Goiania, Brazil: International Society for Rock Mechanics. <http://doi.org/ISRM-SBMR-2014-012>
- De Bruyn, D., & Thimus, J. F. (1996). The influence of temperature on mechanical characteristics of Boom clay: The results of an initial laboratory programme. *Engineering Geology*, 41(1–4), 117–126. [http://doi.org/10.1016/0013-7952\(95\)00029-1](http://doi.org/10.1016/0013-7952(95)00029-1)
- Dusseault, M. B. (2001). Comparing Venezuelan and Canadian heavy oil and tar sands. Canadian International Petroleum Conference, June. <http://doi.org/CIPC Paper 2001-061>
- Dwivedi, R. D., Goel, R. K., Prasad, V. V. R., & Sinha, A. (2008). Thermo-mechanical properties of Indian and other granites. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 45(3), 303–315. <http://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2007.05.008>
- Fjaer, E., Holt, R. M., Horsrud, P., Raaen, A. M., & Risnes, R. (2008). *Petroleum Related Rock Mechanics. Developments in Petroleum Science (Second, Vol. 53)*. Amsterdam: Elsevier. [http://doi.org/10.1016/0148-9062\(93\)92632-Z](http://doi.org/10.1016/0148-9062(93)92632-Z)

- Gautam, P. K., Verma, A. K., Maheshwar, S., & Singh, T. N. (2015). Thermomechanical analysis of different types of sandstone at elevated temperature. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. <http://doi.org/10.1007/s00603-015-0797-8>
- Hueckel, T., Peano, A., & Pellegrini, R. (1994). A Thermo-plastic constitutive law for brittle-plastic behavior of rocks at high temperatures. *Pure and Applied Geophysics*, 143(1), 483–511. <http://doi.org/10.1007/BF00874339>
- Jafarpour, M., Rahmati, H., Azadbakht, S., Nouri, A., Chan, D., & Vaziri, H. (2012). Determination of mobilized strength properties of degrading sandstone. *Soils and Foundations*, 52(4), 658–667. <http://doi.org/10.1016/j.sandf.2012.07.007>
- Kosar, K. (1989). Geotechnical properties of oil sands and related strata. Ph.D. Dissertation. University of Alberta. Retrieved from <http://search.proquest.com/docview/89132217>
- Lau, J., Jackson, R., & Gorski, B. (1991). The effects of temperature and pressure on the mechanical properties of Lac du Bonnet grey granite. In *Rock Mechanics as a Multidisciplinary Science* (pp. 313–324). Rotterdam: American Rock Mechanics Association.
- Li, H., Xiong, G., & Zhao, G. (2016). An elasto-plastic constitutive model for soft rock considering mobilization of strength. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 26(3), 822–834. [http://doi.org/10.1016/S1003-6326\(16\)64173-0](http://doi.org/10.1016/S1003-6326(16)64173-0)
- Liu, S., & Xu, J. (2014). Mechanical properties of Qinling biotite granite after high temperature treatment. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 71, 188–193. <http://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2014.07.008>
- Lu, Y., Wang, L., Sun, X., & Wang, J. (2016). Experimental study of the influence of water and temperature on the mechanical behavior of mudstone and sandstone. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*. <http://doi.org/10.1007/s10064-016-0851-0>
- Luo, J., & Wang, L. (2011). High-temperature mechanical properties of mudstone in the process of underground coal gasification. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 44(6), 749–754. <http://doi.org/10.1007/s00603-011-0168-z>
- Mobarack, S. A., & Somerton, W. H. (1974). The Effect of temperature and pressure on wave velocities in porous rocks. California: Society of Petroleum Engineers. <http://doi.org/http://dx.doi.org/10.2118/3571-MS>
- Moustafa, M., Malek, S., & Jianfu, S. (2008). Experimental study of the thermomechanical behavior of the petroleum reservoir. In *SPE Eastern Regional/AAPG Eastern Section*

- Joint Meeting. Pittsburgh, Pennsylvania, USA: Society of Petroleum Engineers. <http://doi.org/http://dx.doi.org/10.2118/116953-MS>
- Munda, J., Pradhan, P. K., & Nayak, A. K. (2004). A review on the performance of Modified Cam Clay Model for fine grained soil. *Journal of Civil Engineering and Environmental Technology*, 1(1), 31–40.
- Naqvi, S. A. A. (2012). Enhanced oil recovery of heavy oil by using thermal and non-thermal methods. M.Sc. Thesis. Dalhousie University.
- Nouri, A., Kuru, E., & Vaziri, H. (2007). Enhanced modelling of sand production through improved deformation and stress analysis. In 8th Canadian International Petroleum Conference (pp. 1–11). Calgary: Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum. <http://doi.org/10.2118/2007-172>
- Nouri, A., Vaziri, H., Belhaj, H., & Islam, R. (2006). Sand-production prediction: A new set of criteria for modeling based on large-scale transient experiments and numerical investigation. *SPE Journal*, 11(2), 26–29. <http://doi.org/10.2118/90273-PA>
- Pourhosseini, O., & Shabanimashcool, M. (2014). Development of an elasto-plastic constitutive model for intact rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 66, 1–12. <http://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2013.11.010>
- Qiu-hua, R., Zhi, W., Hai-feng, X., & Qiang, X. (2007). Experimental study of mechanical properties of sandstone at high temperature. *Journal of Central South University of Technology*, 14(2), 478–483. <http://doi.org/10.1007/s11771>
- Ranjith, P. G., Viete, D. R., Chen, B. J., & Perera, M. S. A. (2012). Transformation plasticity and the effect of temperature on the mechanical behaviour of Hawkesbury sandstone at atmospheric pressure. *Engineering Geology*, 151, 120–127. <http://doi.org/10.1016/j.enggeo.2012.09.007>
- Roscoe, K. H., & Burland, J. B. (1968). On the generalized stress-strain behavior of wet clay. In *Engineering Plasticity*. (pp. 535–609). Cambridge. [http://doi.org/10.1016/0022-4898\(70\)90160-6](http://doi.org/10.1016/0022-4898(70)90160-6)
- Sandhya Rani, R., Nagendra Prasad, K., & Sai Krishna, T. (2014). Applicability of Mohr-Coulomb & Drucker-Prager models for assessment of undrained shear behaviour of clayey soils. *International Journal of Engineering Civil and Technology*, 5(10), 104–123. Retrieved from [www.iaeme.com/Ijciет.asp](http://www.iaeme.com/Ijciет.asp)
- Schofield, A. N., & Wroth, C. P. (1968a). *Critical state soil mechanics*. Soil use and management. Cambridge. <http://doi.org/10.1111/j.1475-2743.1987.tb00718.x>

- 
- Tian, H., Kempka, T., Yu, S., & Ziegler, M. (2016). Mechanical properties of sandstones exposed to high temperature. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49(1), 321–327. <http://doi.org/10.1007/s00603-015-0724-z>
- Tian, H., Ziegler, M., & Kempka, T. (2014). Physical and mechanical behavior of clays tone exposed to temperatures up to 1000°C. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 70, 144–153. <http://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2014.04.014>
- Vermeer, P. A. (1998). Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. In *Physics of Dry Granular Media* (pp. 163–196). Stuttgart: Springer Netherlands. [http://doi.org/10.1007/978-94-017-2653-5\\_10](http://doi.org/10.1007/978-94-017-2653-5_10)
- Walton, G., Hedayat, A., Kim, E., & Labrie, D. (2017). Post-yield strength and dilatancy evolution across the brittle–ductile transition in Indiana limestone. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. <http://doi.org/10.1007/s00603-017-1195-1>
- Wu, G., Wang, Y., Swift, G., & Chen, J. (2013). Laboratory investigation of the effects of temperature on the mechanical properties of sandstone. *Geotechnical and Geological Engineering*, 31(2), 809–816. <http://doi.org/10.1007/s10706-013-9614-x>
- Yu, J., Chen, S., Chen, X., Zhang, Y., & Cai, Y. (2015). Experimental investigation on mechanical properties and permeability evolution of Red sandstone after heat treatments. *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, 16(9), 749–759. <http://doi.org/10.1631/jzus.A1400362>
- Zhang, K., Zhou, H., & Shao, J. (2013). An experimental investigation and an elastoplastic constitutive model for a porous rock. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 46(6), 1499–1511. <http://doi.org/10.1007/s00603-012-0364-5>
- Zhang, L., Mao, X., Liu, R., Guo, X., & Ma, D. (2014). The mechanical properties of mudstone at high temperatures: An experimental study. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 47(4), 1479–1484. <http://doi.org/10.1007/s00603-013-0435-2>
- Zhang, L., Mao, X., & Lu, A. (2009). Experimental study on the mechanical properties of rocks at high temperature. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 52(3), 641–646. <http://doi.org/10.1007/s11431-009-0063-y>
- Zhang, P., Mishra, B., & Heasley, K. A. (2015). Experimental investigation on the influence of high pressure and high temperature on the mechanical properties of deep reservoir rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 48(298), 2197–2211. <http://doi.org/10.1007/s00603-015-0718-x>

# **Anexo 1. Modelo constitutivo de Cam Clay Modificado.**

Como se mostró en la sección 1.5 el modelo constitutivo de Cam Clay Modificado requiere de ciertos parámetros de estado para su uso, los cuales pueden obtenerse de pruebas de consolidación isotrópica y pruebas de compresión triaxial. La obtención de cada uno de estos parámetros se muestra a continuación:

## **A1.1. Curvas de consolidación isotrópica**

La Figura A1 - 1, la Figura A1 - 2 y la Figura A1 - 3 muestran los resultados experimentales obtenidos de las pruebas de consolidación isotrópica para diferentes temperaturas y diferentes esfuerzos de confinamiento.

Es importante resaltar que dado el procedimiento utilizado para realizar las pruebas, la temperatura no tiene ningún efecto en las curvas de consolidación, y por ende las diferencias que se aprecian entre las diferentes curvas están netamente asociados al proceso de reconstitución de las muestras, el cual como lo señala (Arias Buitrago, 2015), es un proceso manual que puede generar cierta incertidumbre.

De la Figura A1 - 1 se puede observar que las curvas de consolidación de las muestras a 8.2 MPa no son aptas para obtener los parámetros de modelamiento de MCC ya que en la prueba no se tiene un punto de descarga y por ende el parámetro  $\kappa$  no se puede calcular.

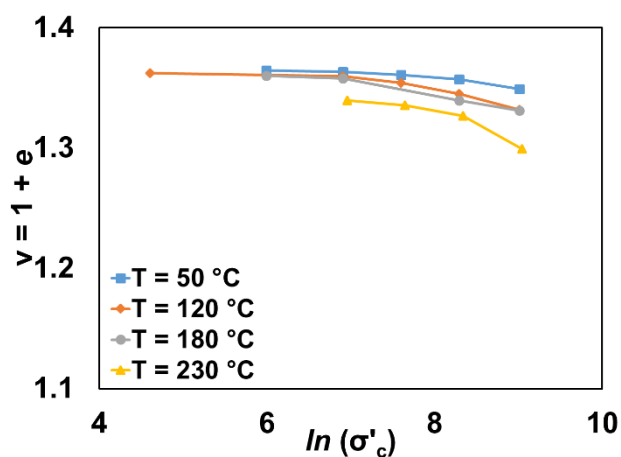


Figura A1 - 1. Curvas de consolidación isotrópica para un esfuerzo de confinamiento de 8.2 MPa.

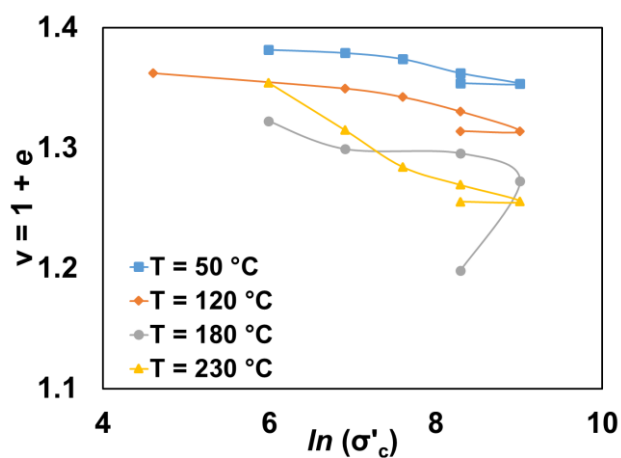


Figura A1 - 2. Curvas de consolidación isotrópica para un esfuerzo de confinamiento de 4.0 MPa.

En el modelamiento del comportamiento esfuerzo – deformación se utilizaron cuatro (4) curvas de consolidación, tres de ellas corresponden a las muestras confinadas hasta 4.0 MPa (50, 12 y 230°C) mientras que la curva utilizada para el modelamiento de las pruebas a 180°C es la obtenida a partir de la consolidación isotrópica a 0.4 MPa.

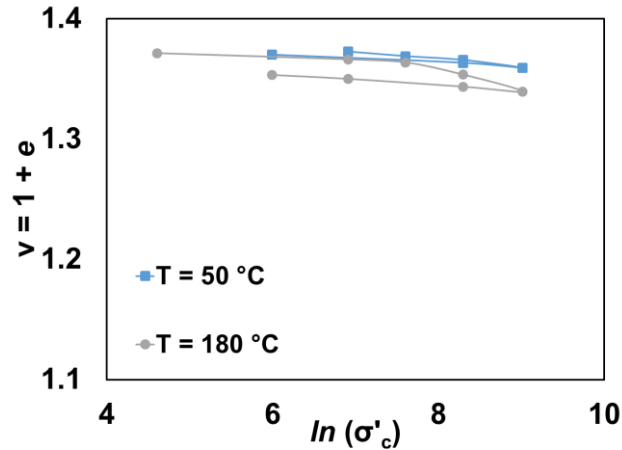


Figura A1 - 3. Curvas de consolidación isotrópica para un esfuerzo de confinamiento de 0.4 MPa.

## A1.2. Envoltentes de falla en el espacio $\sigma_1 - \sigma_3$

La obtención del parámetro  $M$ , el cual es la pendiente de la envolvente de falla en el estado crítico, requiere de los esfuerzos axial y radial en el estado crítico. Dado que no se alcanza el estado crítico en las pruebas, los valores de los esfuerzos axial y radial utilizados son los respectivos valores finales reportados en la prueba. Adicional, el cálculo del parámetro  $M$  requiere conocer el ángulo de fricción interna en el estado crítico, el cual se obtiene del gráfico entre el esfuerzo principal máximo efectivo ( $\sigma_1$ ) y el esfuerzo principal mínimo efectivo ( $\sigma_3$ ) al considerar la Ecuación (A1 - 1),

$$\sigma_1 = \sigma_3 N_\phi + 2c' \sqrt{N_\phi} \quad (\text{A1 - 1})$$

Donde:

- $\sigma_1$  = Esfuerzo principal máximo efectivo, MPa.
- $\sigma_3$  = Esfuerzo principal mínimo efectivo, MPa.
- $N_\phi$  = Relación friccional.
- $c'$  = Cohesión, MPa.

A partir del ángulo de fricción interna en el estado crítico, se obtiene el parámetro  $M$  mediante la Ecuación (A1 - 2) (Munda, Pradhan, & Nayak, 2004).

$$M = \frac{6 \sin \varphi_{cs}}{3 - \sin \varphi_{cs}} \quad (A1 - 2)$$

Con el fin de obtener los parámetros antes mencionados, la Figura A1 - 4, la Figura A1 - 5, la Figura A1 - 6, la Figura A1 - 7 presentan los gráficos  $\sigma_1$  vs.  $\sigma_3$  para las diferentes condiciones de temperatura.

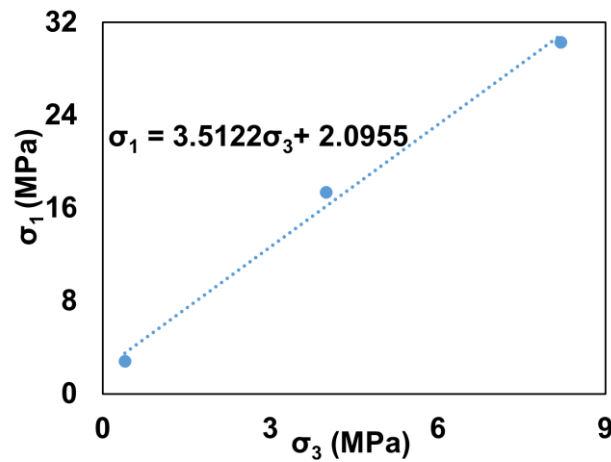


Figura A1 - 4. Esfuerzos principales en el estado crítico a 50°C.

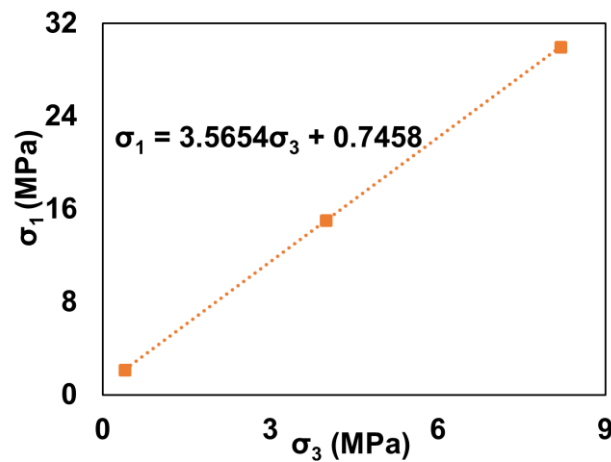


Figura A1 - 5. Esfuerzos principales en el estado crítico a 120°C.



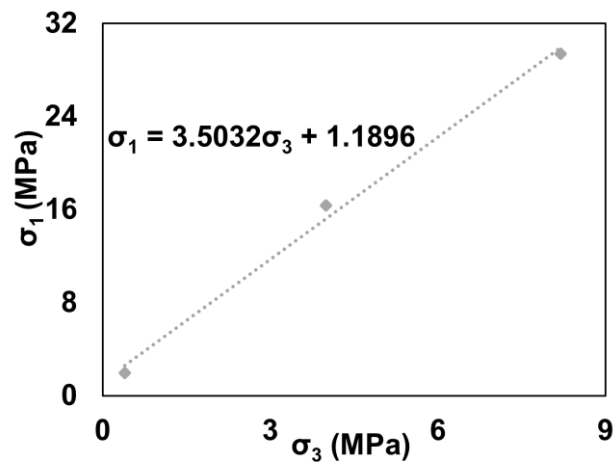


Figura A1 - 6. Esfuerzos principales en el estado crítico a 180°C.

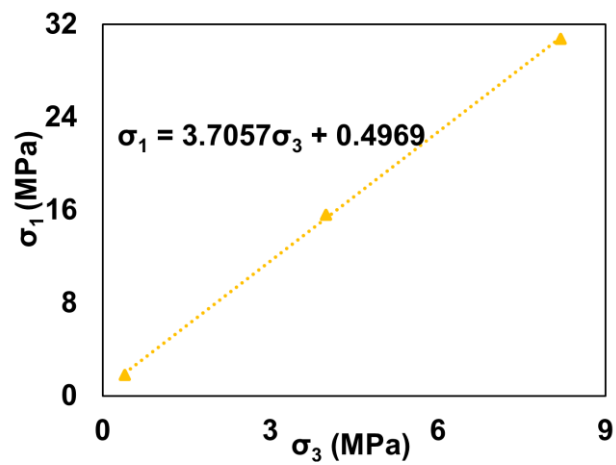


Figura A1 - 7. Esfuerzos principales en el estado crítico a 230°C.

## Anexo 2. Errores relativos para los modelos constitutivos de Mohr – Coulomb y Cam Clay Modificado

A continuación se presentan las tablas referentes al cálculo de los errores relativos entre los modelos constitutivos y los datos de las pruebas experimentales, para todas las pruebas realizadas. Al igual que se mencionó en la sección 3.3 es posible observar que el modelo constitutivo M-C presenta un muy buen ajuste tanto en la región elástica como en la región plástica en cuestión de deviatorico de esfuerzos ( $q$ ), mientras que en la deformación volumétrica ( $\epsilon_v$ ) el modelo M-C presenta una gran diferencia en la región elástica, pero dicha diferencia va disminuyendo a medida que el nivel de deformación axial ( $\epsilon_a$ ) aumenta. Por otra parte, el modelo MCC presenta un porcentaje de error mayor en cada una de las deformaciones evaluadas en cuestión de deviatorico de esfuerzos, y para la deformación volumétrica muestra un porcentaje de error muy elevado en todo el rango de deformación axial.

Tabla A2 - 1. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 50°C y 4.0 MPa.

T = 50°C - $\sigma'_c = 4.0$ MPa				
	M-C		MCC	
	Error cuadrado medio( $q$ ) %	Error cuadrado medio( $\epsilon_v$ ) %	Error cuadrado medio( $q$ ) %	Error cuadrado medio( $\epsilon_v$ ) %
Región elástica	20.44	61.53	78.19	39.77
Región plástica	5.27	45.53	12.54	63.70
Resultado global	12.85	53.53	45.37	51.74

Tabla A2 - 2. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 50°C y 0.4 MPa.

T = 50°C - $\sigma'_c = 0.4$ MPa				
	M-C		MCC	
	Error cuadrado medio( $q$ ) %	Error cuadrado medio( $\epsilon_v$ ) %	Error cuadrado medio( $q$ ) %	Error cuadrado medio( $\epsilon_v$ ) %
Región elástica	15.23	56.61	34.02	55.69

<b>Región plástica</b>	2.82	93.07	46.83	128.82
<b>Resultado global</b>	7.78	78.49	41.71	99.57

Tabla A2 - 3. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 120°C y 8.2 MPa.

<b>T = 120°C - <math>\sigma'_c = 8.2</math> MPa</b>				
	<b>M-C</b>		<b>MCC</b>	
	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>
<b>Región elástica</b>	14.18	75.38	59.05	202.50
<b>Región plástica</b>	10.52	68.36	37.58	95.36
<b>Resultado global</b>	9.78	42.57	34.69	103.25

Tabla A2 - 4. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 120°C y 4.0 MPa.

<b>T = 120°C - <math>\sigma'_c = 4.0</math> MPa</b>				
	<b>M-C</b>		<b>MCC</b>	
	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>
<b>Región elástica</b>	14.51	76.34	251.89	33.23
<b>Región plástica</b>	4.11	34.15	14.02	65.05
<b>Resultado global</b>	9.31	55.25	132.95	49.14

Tabla A2 - 5. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 120°C y 0.4 MPa.

<b>T = 120°C - <math>\sigma'_c = 0.4</math> MPa</b>				
	<b>M-C</b>		<b>MCC</b>	
	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>
<b>Región elástica</b>	16.87	334.29	800.55	200.13
<b>Región plástica</b>	3.14	67.63	47.42	521.67
<b>Resultado global</b>	7.72	156.51	298.46	414.49

Tabla A2 - 6. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 180°C y 8.2 MPa.

<b>T = 180°C - <math>\sigma'_c = 8.2</math> MPa</b>				
	<b>M-C</b>		<b>MCC</b>	
	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>
<b>Región elástica</b>	18.71	78.93	25.52	5.56
<b>Región plástica</b>	11.40	72.83	11.98	6.24
<b>Resultado global</b>	10.73	45.04	14.83	14.15

Tabla A2 - 7. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 180°C y 4.0 MPa.

<b>T = 180°C - <math>\sigma'_c = 4.0</math> MPa</b>				
	<b>M-C</b>		<b>MCC</b>	
	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>
<b>Región elástica</b>	26.73	81.49	34.12	78.09
<b>Región plástica</b>	10.93	49.87	9.42	58.65
<b>Resultado global</b>	17.70	63.42	20.01	66.98

Tabla A2 - 8. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 180°C y 0.4 MPa.

<b>T = 180°C - <math>\sigma'_c = 0.4</math> MPa</b>				
	<b>M-C</b>		<b>MCC</b>	
	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>
<b>Región elástica</b>	42.92	2016.22	89.94	2922.09
<b>Región plástica</b>	1.02	8.80	217.27	131.57
<b>Resultado global</b>	14.82	706.48	138.62	1039.82

Tabla A2 - 9. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 230°C y 8.2 MPa.

<b>T = 230°C - <math>\sigma'_c</math> = 8.2 MPa</b>				
	<b>M-C</b>		<b>MCC</b>	
	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>
<b>Región elástica</b>	44.40	230.50	20.24	447.36
<b>Región plástica</b>	6.07	99.97	3.79	146.04
<b>Resultado global</b>	24.21	155.91	10.84	275.18

Tabla A2 - 10. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 230°C y 4.0 MPa.

<b>T = 230°C - <math>\sigma'_c</math> = 4.0 MPa</b>				
	<b>M-C</b>		<b>MCC</b>	
	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>
<b>Región elástica</b>	43.37	43.53	229.23	21.00
<b>Región plástica</b>	8.45	25.59	12.08	31.63
<b>Resultado global</b>	23.42	33.27	105.15	27.07

Tabla A2 - 11. Errores relativos entre los parámetros de los modelos constitutivos y la prueba experimental, para la prueba a 230°C y 0.4 MPa.

<b>T = 230°C - <math>\sigma'_c</math> = 0.4 MPa</b>				
	<b>M-C</b>		<b>MCC</b>	
	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>	<b>Error cuadrado medio(q) %</b>	<b>Error cuadrado medio(<math>\epsilon_v</math>) %</b>
<b>Región elástica</b>	36.60	95.30	17.04	91.16
<b>Región plástica</b>	7.07	156.74	78.23	81.19
<b>Resultado global</b>	16.91	136.26	57.83	84.51